

線形代数学 II 期末試験問題
(2015 年度秋学期, 担当: 井手, 2016/01/28 2 限 実施)

1. 次の対称行列を適切な直交行列によって対角化せよ. 但し, 答案には固有値・固有ベクトル, および, 対角化に用いた直交行列・その逆行列を明記すること.

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. 次の行列が正則であることを示し, その逆行列を逆転公式を用いて求めよ.

$$\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

3. クラメルの公式を用いて次の連立方程式を解け.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -11 \\ -x_1 + 6x_2 = 20 \end{cases}$$

4. $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ を $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ かつ $|\mathbf{x}| = |\mathbf{y}| \neq 0$ を満たすベクトルとする. このとき, $\mathbf{a} = (\mathbf{x} - \mathbf{y})/|\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ として, 行列 $P = E - 2\mathbf{a}\mathbf{a}^t$ を考えると, $P\mathbf{x} = \mathbf{y}$ となることを示せ.