

1. 次の各問に答えよ

(1) 内積空間 V の2つのベクトル \vec{x}, \vec{y} に対し

$$|\vec{x} \cdot \vec{y}| \leq |\vec{x}| |\vec{y}|$$

を示せ

(2) 正方行列 A は $A^2 = A$ を満たす。 A の固有値を求めよ。
 (固有値の定義以外の諸性質を用いるときは証明してから使うこと)

2 (1) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ をスカラー分解し、これを用いて A^n を計算せよ。

(2) $x^2 - 4xy - 2y^2 + 6x + 12y - 9 = 0$
 のグラフを描け。

3. 連立微分方程式

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2 + 4y_3 \\ y_2' = 2y_1 + 2y_3 \\ y_3' = 4y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$$

をとけ