材料力学Ⅰ

Material of MechanicsⅠ

第五、六回

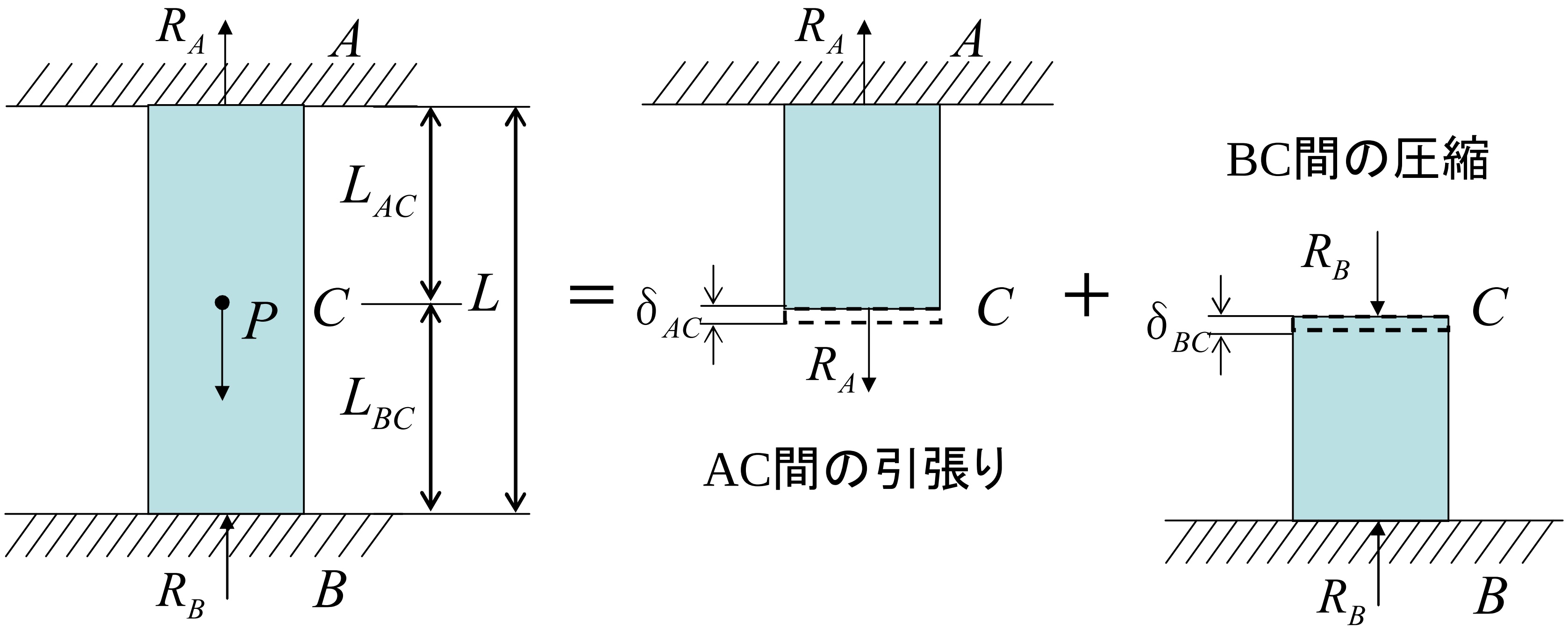
指導教員:于　強　准教授

授業内容・方法

1. 材料力学の目的、材料力学における基本仮定:0.5回
   （連続体仮定、均質材料、等方材料）
2. 棒の引張りと圧縮における応力とひずみ:1.5回
   （垂直応力、せん断応力、垂直ひずみ、せん断ひずみ）
3. フックの法則と弾性係数:1回
   （弾性変形、フックの法則、縦弾性係数、せん断弾性係数、ヤング率、ポアソン比）
4. 材料の機械的性質（力学特性）と材料試験、許容応力と安全率:1回
   （材料の力学的性質、材料強度、材料試験法、塑性、疲労、クリープ、許容応力、安全率）
5. 静定骨組構造物における軸力と変形:1.5回
   （軸力、のび、釣り合いの微分方程式）
6. 不静定骨組構造物における軸力と変形:1.5回
   （静定と不静定、変形の適合条件）
7. 熱応力:1回
   （線膨張係数、熱応力）
8. 残留応力・初期応力、応力集中:1回
   （残留応力、初期応力、応力集中、応力集中係数）
9. ねじり:1.5回
   （中実丸棒、中空丸棒のねじり、ねじりモーメント、ねじりによるせん断応力、断面極2次モーメント、比ねじれ角、円形断面以外のねじり、密巻きコイルばねの応力と変形）
10. 真直はりの曲げ:3回
    （曲げ、せん断、はりの支持条件、集中荷重、分布荷重、合応力、曲げモーメント図、せん断力図、平面保持の仮定、断面の図心、断面2次モーメント、中立軸、曲げによる垂直応力）
11. 真直はりのせん断応力とたわみ:0.5回
    （はりのせん断応力の釣り合いと分布）

２－２ 不静定問題

（３） 軸力を受ける両端固定棒（前回説明した解法）



$$R_A + R_B = P$$

$$\boxed{0 = \delta_{AC} - \delta_{BC} = \frac{R_A L_{AC}}{AE} - \frac{R_B L_{BC}}{AE}}$$

$$\Rightarrow$$

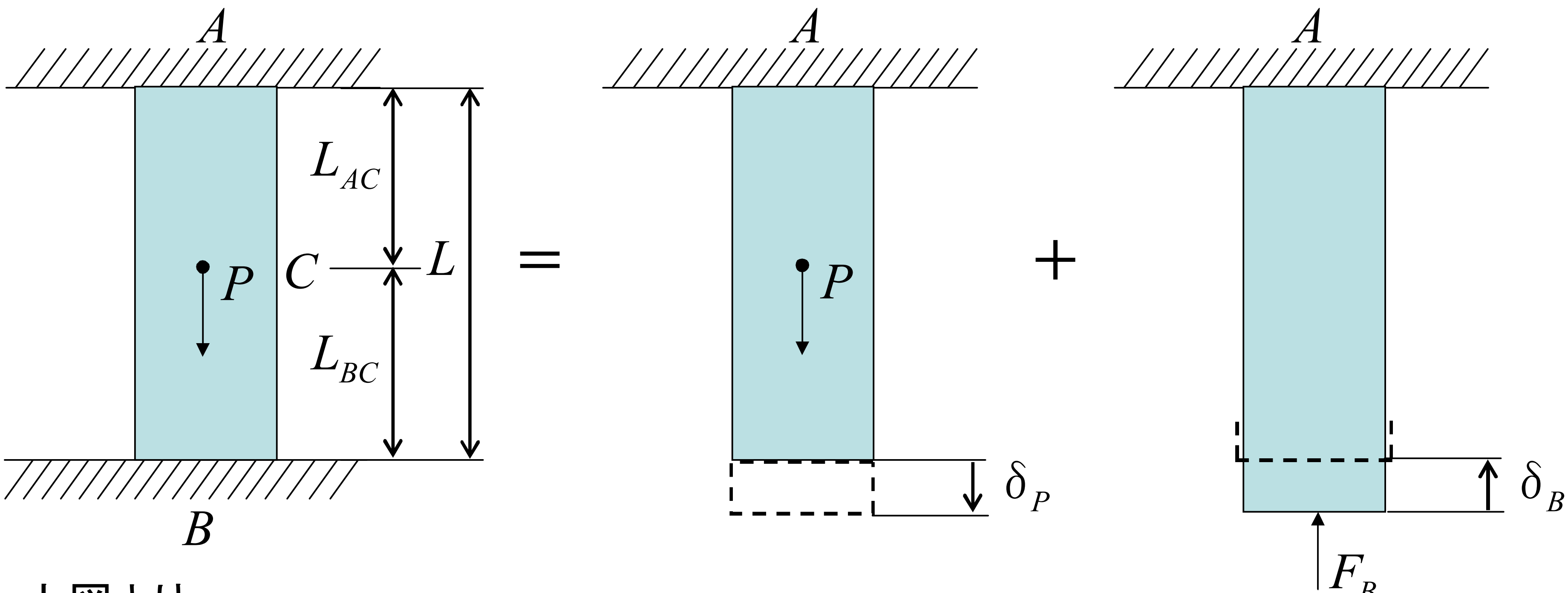
$$R_A = P\left(\frac{L - L_{AC}}{L}\right) = P\left(\frac{L_{BC}}{L}\right)$$

$$R_B = P\left(\frac{L_{AC}}{L}\right)$$

２－２　不静定問題

引張り・圧縮

（３）　軸力を受ける両端固定棒（別解法）



上図より

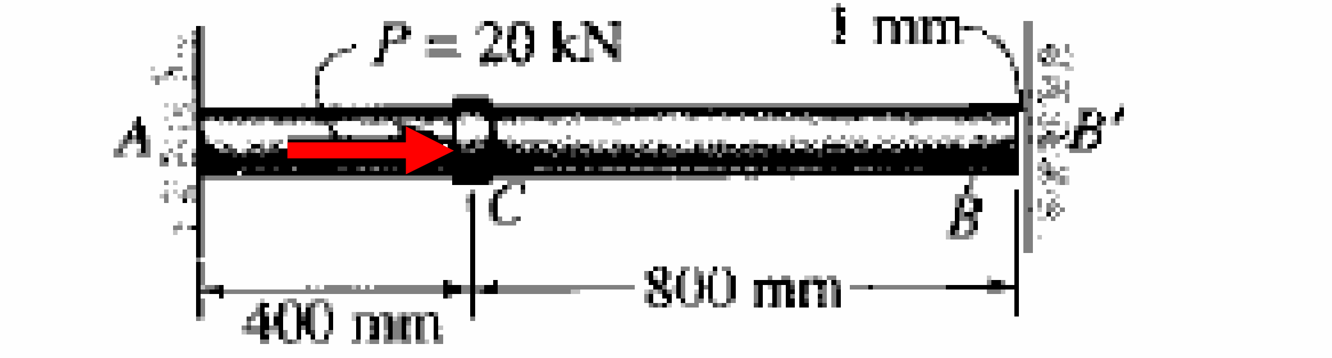
$$0 = \delta_P - \delta_B$$

$$\boxed{0 = \frac{PL_{AC}}{AE} - \frac{R_B L}{AE}} \Rightarrow R_B = P\left(\frac{L_{AC}}{L}\right)$$

力のつりあい

$$P\left(\frac{L_{AC}}{L}\right) + R_A - P = 0 \Rightarrow R_A = P\left(\frac{L - L_{AC}}{L}\right) = P\left(\frac{L_{BC}}{L}\right)$$

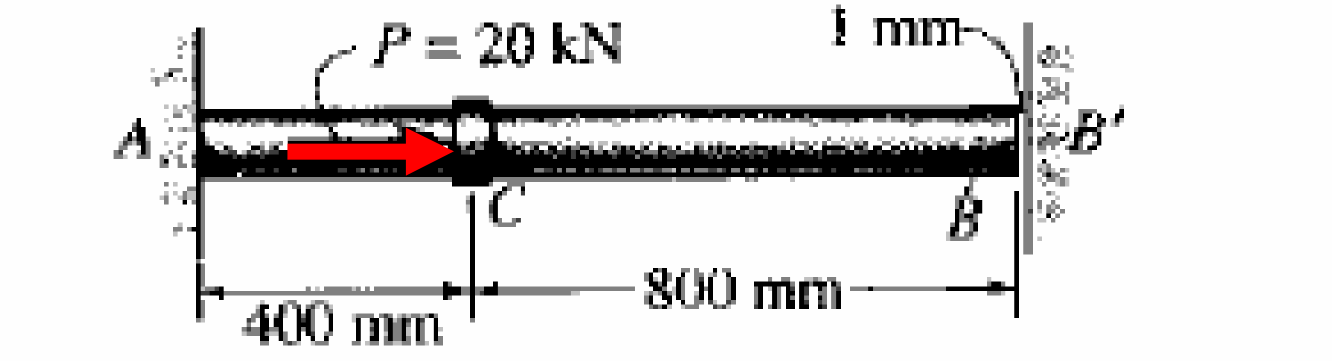
演習問題



上図に示すような直径5mmのA-36のスチール棒（E=200GPa）がある。一方は壁Aで固定されており、もう一方は壁B’との間に1mmの隙間がある。

C地点において20kNの力をかけた際、壁Aと壁B’にかかる力を求めよ。

演習問題（解説・前回説明した解法）



$$\left.\begin{aligned} &R_A + R_B = P \\ &0.001m = \delta_{AC} - \delta_{BC} = \frac{R_A(0.4m)}{AE} - \frac{R_B(0.8m)}{AE} \\ \Rightarrow\quad &R_A = 2R_B + \frac{1}{400}AE \end{aligned}\right\}$$

より

$$R_B = \frac{1}{3}(P - \frac{1}{400}AE) = \frac{1}{3}[20000N - \frac{1}{400}\pi(0.0025m)^2(200(10^9)Nm)]$$

$$\boxed{\begin{aligned} &R_B = 3.40kN \\ &R_A = 20kN - 3.40kN = 16.6kN \end{aligned}}$$

演習問題(解説・別解法)

$$0.001m = \delta_P - \delta_B$$

$$\delta_P = \frac{PL_{AC}}{AE} = \frac{\left[20(10^3)N\right](0.4m)}{\pi(0.0025m)^2\left[200(10^9)N/m^2\right]} = 0.002037\,m$$

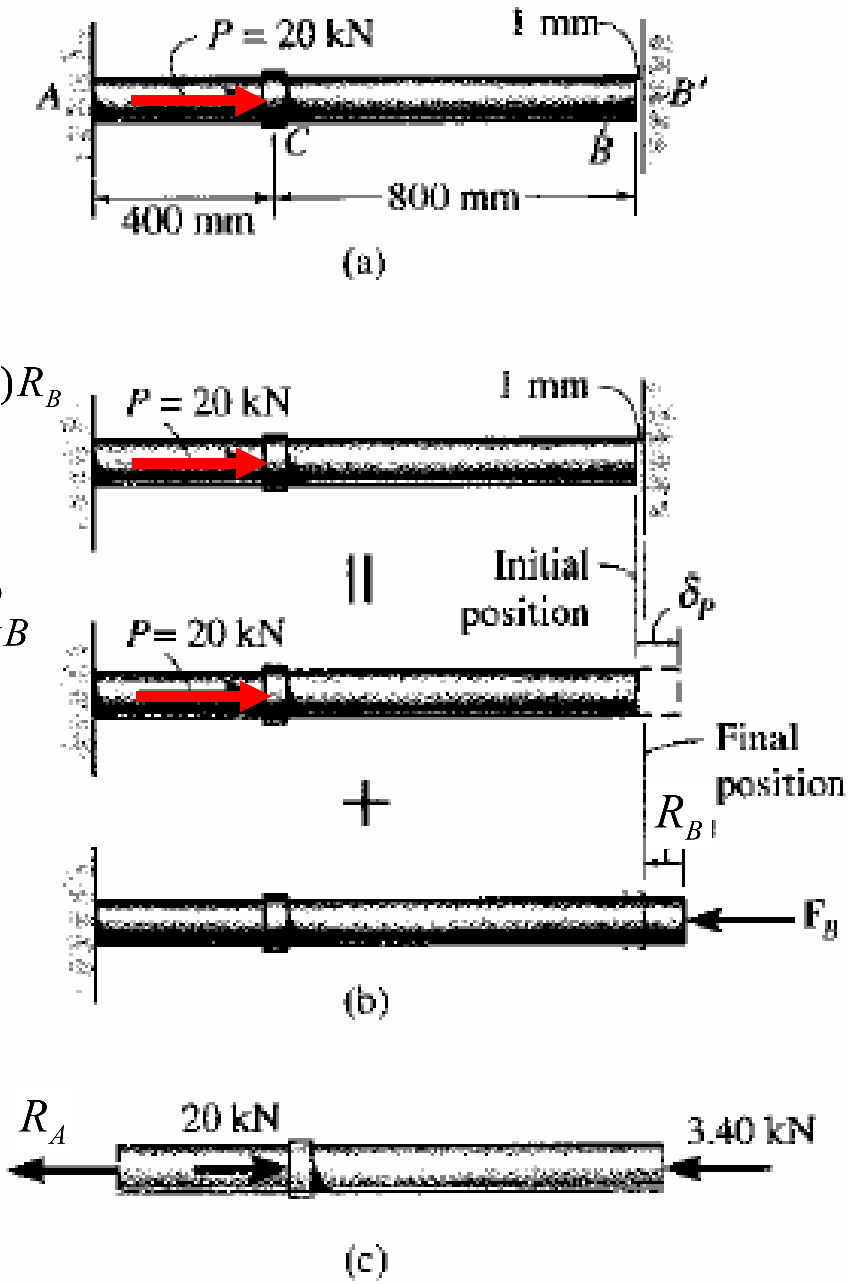
$$\delta_B = \frac{R_B L_{AB}}{AE} = \frac{R_B(1.20m)}{\pi(0.0025m)^2\left[200(10^9)N/m^2\right]} = 0.3056(10^{-6})R_B$$

$$0.001m = 0.002037m - 0.3056(10^{-6})R_B$$

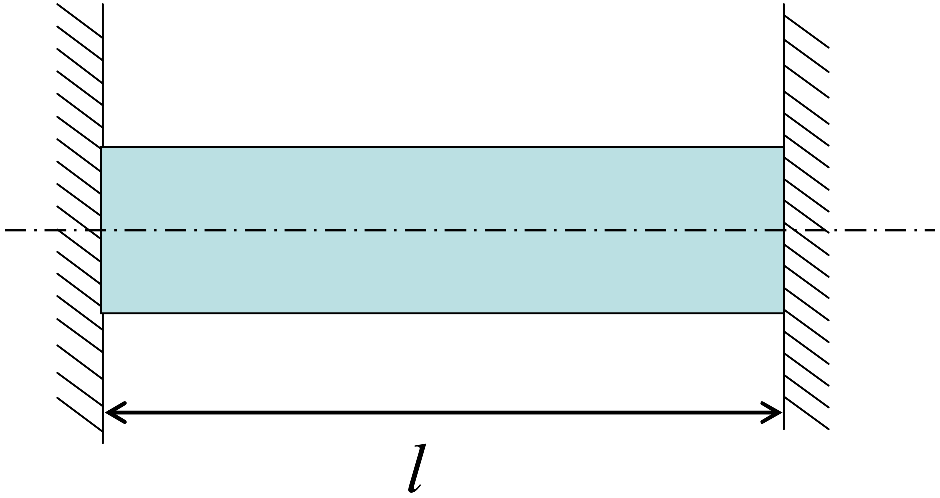
$$\boxed{R_B = 3.40(10^3)N = 3.40kN}$$

$$-R_A + 20kN - 3.40kN = 0$$

$$\boxed{R_A = 16.6kN}$$



２－３　熱応力



はじめ棒の温度t_0

温度上昇により温度tになったとする

棒の線膨張係数をα、
縦弾性係数をEとする

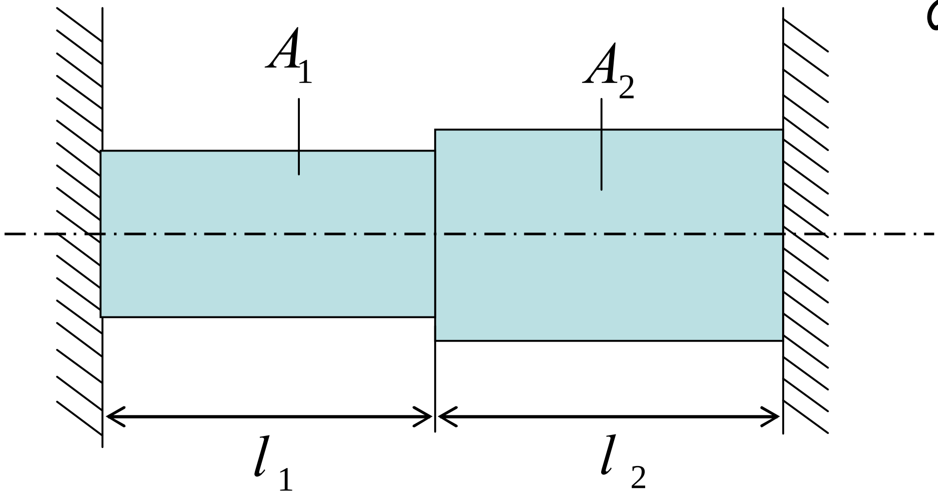
圧縮ひずみε

$$\varepsilon = \frac{\alpha\, l(t-t_0)}{l+\alpha\, l(t-t_0)} \approx \frac{\alpha\, l(t-t_0)}{l} = \alpha(t-t_0)$$

圧縮応力σ

$$\sigma = E\,\varepsilon = E\,\alpha\left(t-t_0\right)$$

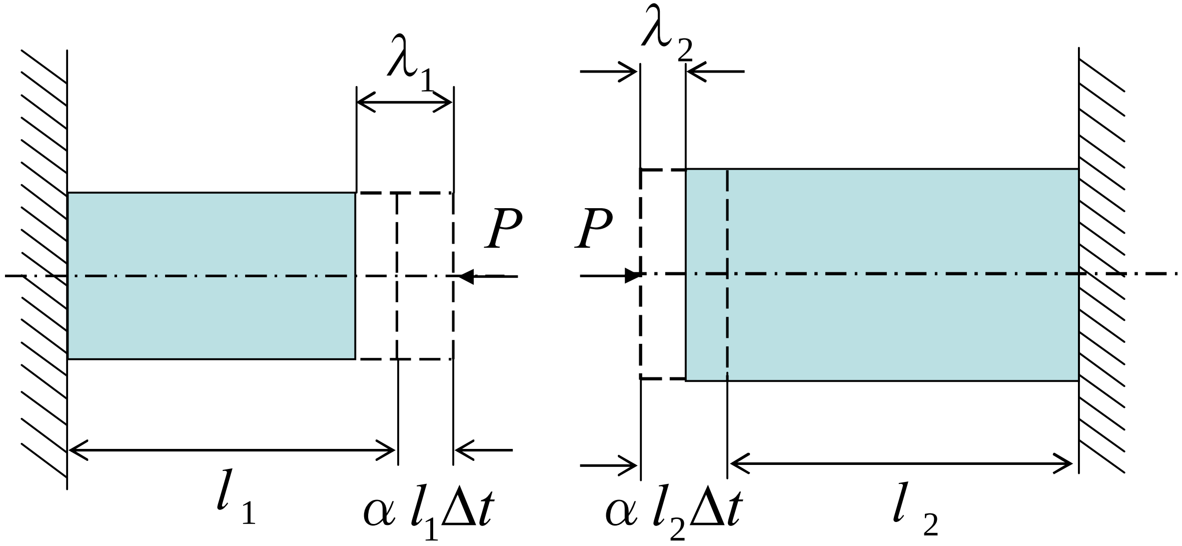
２－３　熱応力



温度が⊿tだけ上昇する場合を考える。棒材料の縦弾性係数をE,線膨張係数をαとする。

$$\lambda_1 = \frac{Pl_1}{A_1E}, \lambda_2 = \frac{Pl_2}{A_2E}, \lambda_1 + \lambda_2 = \alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$

$$P = \frac{1}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}} E\alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$



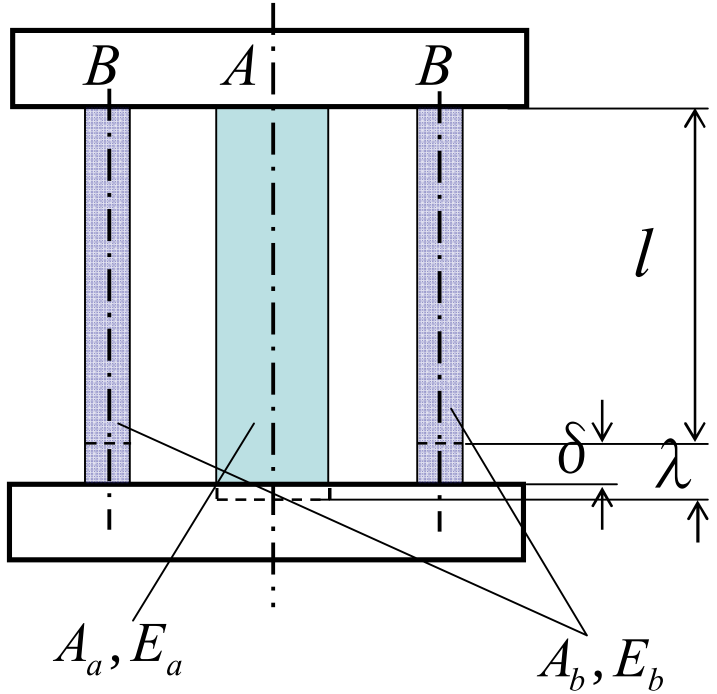
$$\sigma_1 = \frac{1}{A_1}\frac{1}{\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right)} E\alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{A_2}\frac{1}{\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right)} E\alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A_1}\frac{1}{\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right)} \alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{A_2}\frac{1}{\left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}\right)} \alpha(l_1 + l_2)\Delta t$$

２－４　残留応力・初期応力



棒Aの長さ:　$l+\lambda$

棒Bの長さ:　l

棒Aは棒Bよりわずかに長く作られている。棒Bは棒Aを中心に対称に組み立てられているとする。

$$\sigma_a = E_a \frac{\lambda - \delta}{l+\lambda}$$　圧縮応力

$$\sigma_b = E_b \frac{\delta}{l}$$　引張応力

$$A_a \sigma_a = 2 A_b \sigma_b$$

$$A_a E_a \frac{\lambda - \sigma}{l+\lambda} = 2 A_b E_b \frac{\delta}{l}$$

$$\delta \fallingdotseq \frac{A_a E_a}{A_a E_a + 2 A_b E_b} \lambda$$

$$\sigma_a = E_a \frac{\lambda - \delta}{l+\lambda} \fallingdotseq \frac{2 A_b E_a E_b}{A_a E_a + 2 A_b E_b} \frac{\lambda}{l}$$

圧縮初期応力

$$\sigma_b = E_b \frac{\delta}{l} \fallingdotseq \frac{A_a E_a E_b}{A_a E_a + 2 A_b E_b} \frac{\lambda}{l}$$

引張初期応力