材料力学Ⅰ

Material of Mechanics Ⅰ

第二、三回

指導教員：于　強　准教授

授業内容・方法

1. 材料力学の目的、材料力学における基本仮定：0.5回
   （連続体仮定、均質材料、等方材料）
2. 棒の引張りと圧縮における応力とひずみ：1.5回
   （垂直応力、せん断応力、垂直ひずみ、せん断ひずみ）
3. フックの法則と弾性係数：1回
   （弾性変形、フックの法則、縦弾性係数、せん断弾性係数、ヤング率、ポアソン比）
4. 材料の機械的性質（力学特性）と材料試験、許容応力と安全率：1回
   （材料の力学的性質、材料強度、材料試験法、塑性、疲労、クリープ、許容応力、安全率）
5. 静定骨組構造物における軸力と変形：1.5回
   （軸力、のび、釣り合いの微分方程式）
6. 不静定骨組構造物における軸力と変形：1.5回
   （静定と不静定、変形の適合条件）
7. 熱応力：1回
   （線膨張係数、熱応力）
8. 残留応力・初期応力、応力集中：1回
   （残留応力、初期応力、応力集中、応力集中係数）
9. ねじり：1.5回
   （中実丸棒、中空丸棒のねじり、ねじりモーメント、ねじりによるせん断応力、断面極2次モーメント、比ねじれ角、円形断面以外のねじり、密巻きコイルばねの応力と変形）
10. 真直はりの曲げ：3回
   （曲げ、せん断、はりの支持条件、集中荷重、分布荷重、合応力、曲げモーメント図、せん断力図、平面保持の仮定、断面の図心、断面2次モーメント、中立軸、曲げによる垂直応力）
11. 真直はりのせん断応力とたわみ：0.5回
   （はりのせん断応力の釣り合いと分布）

履修目標

1. 構造物が外力を受けるときの境界条件を考察し、支点反力を求める方法を理解する
2. 構造物が外力を受けるときの内力がどのように伝達されるかを理解する
3. 構造物の変形に対して発生する応力とひずみを求める方法を習得する
4. 材料の力学的性質及びその表現方法について理解する
5. 力の釣り合いと変形の連続性についての理解を深める
6. 静定構造と不静定構造の違いを把握する
7. 構造物に作用する外力の種別に応じて合理的に構造物の形状・寸法を定める方法を理解する
8. 構造物断面の幾何学的性状の表現法を把握する

その上で、数部材からなる簡単なトラス構造、ねじりを受ける棒、曲げを受ける棒、曲げを受ける梁等の具体的な問題の応力解析が可能となることを履修目標とする

材料力学について

Å 材料力学(strength of materials)とは、機械や構造物の各部分に生ずる内力や変形の状態を解析し、明らかにする学問

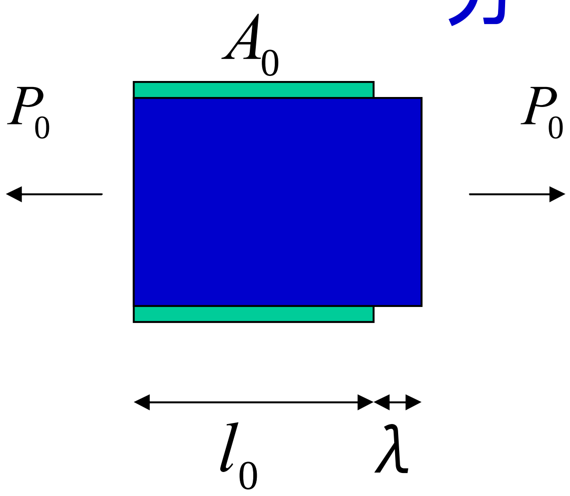
Å 材料力学の前提

均質(性質が場所によって変化せず一様)

等方(方向によって性質が変化しないこと)

連続(材料の内部に欠陥や空洞がないこと)

力ー変位　応力ーひずみ



$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad \varepsilon = \frac{\lambda}{l}$$

Case1： 上記の条件

Case2： $l = 2l_0$

Case3： $A = 2A_0$

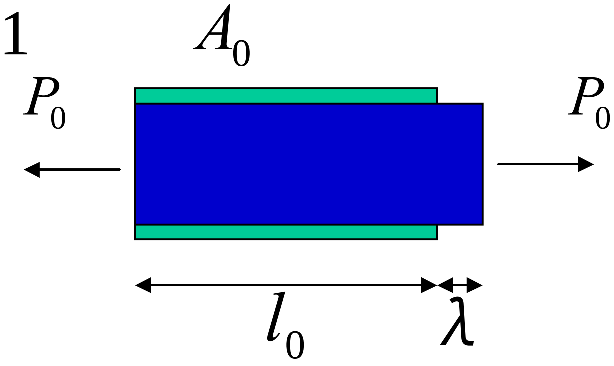
Case4： $A = \frac{1}{2} A_0$

Case5： $A = \frac{1}{2} A_0, l = 2l_0$

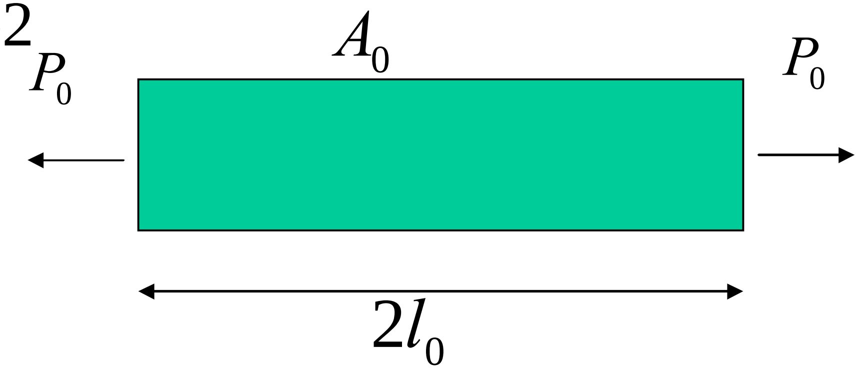
Case6： $l = 2l_0, P = 2P_0$

における力と変位の関係、応力とひずみの関係はどうなるのか？

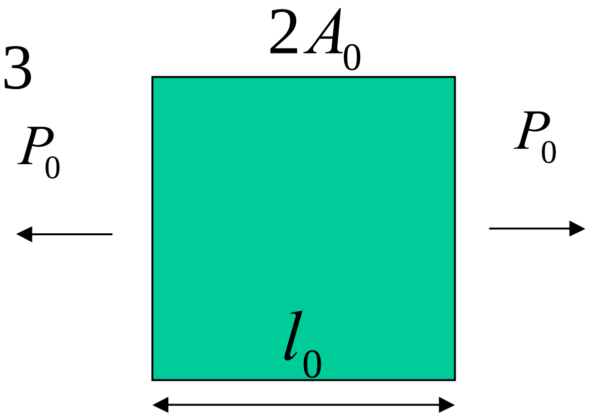
Case1



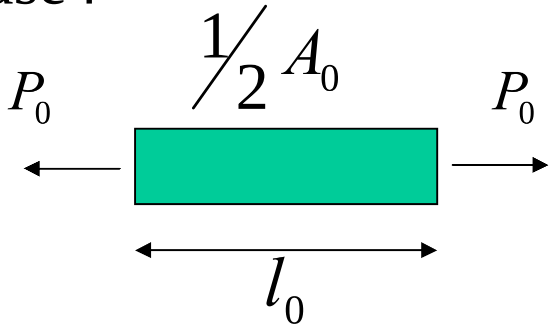
Case2



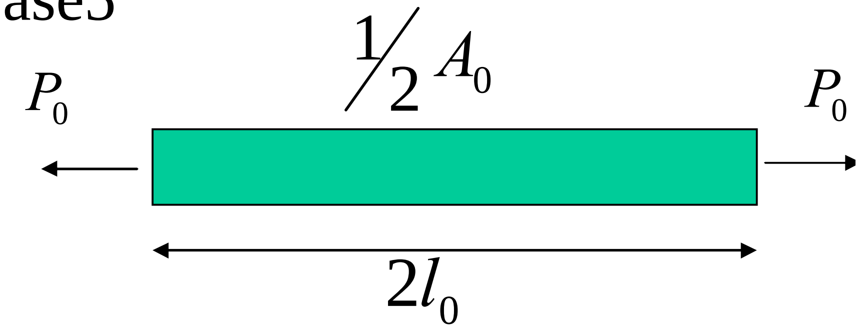
Case3



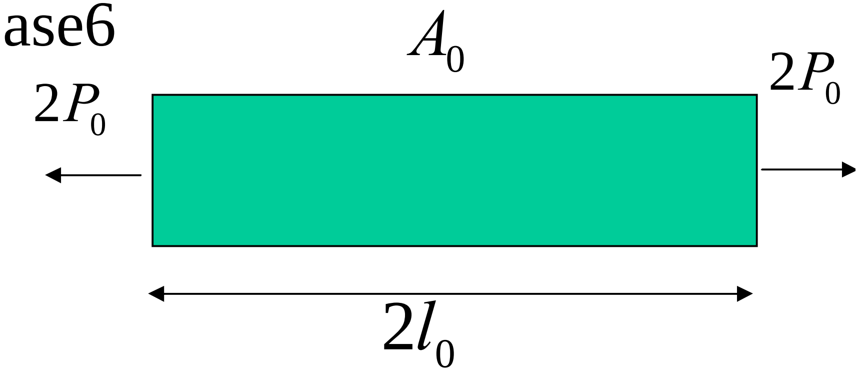
Case4



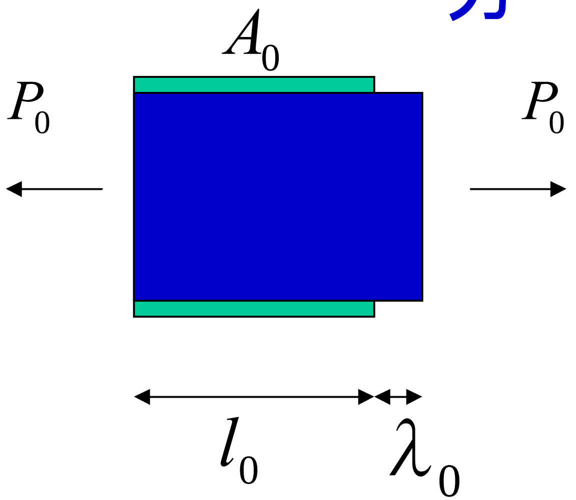
Case5



Case6



力ー変位　応力ーひずみ



$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l}$$

Case1 : 左記の条件

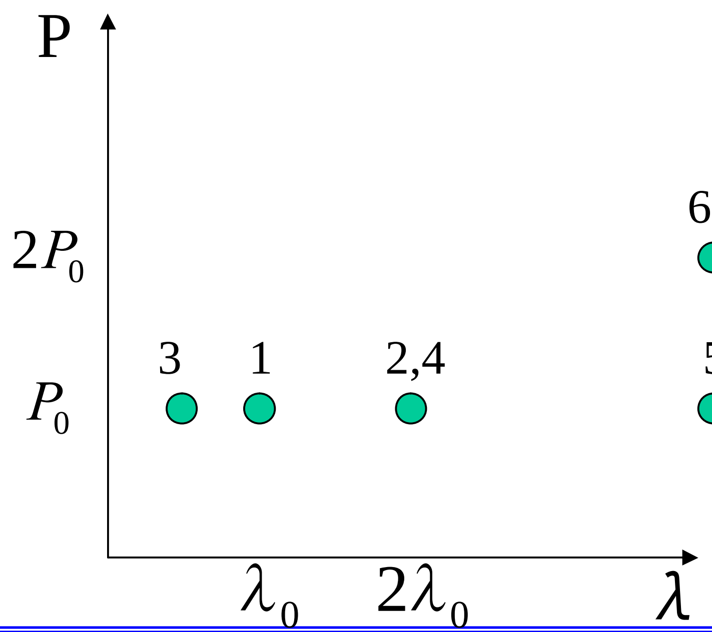
Case2 : $l = 2l_0$

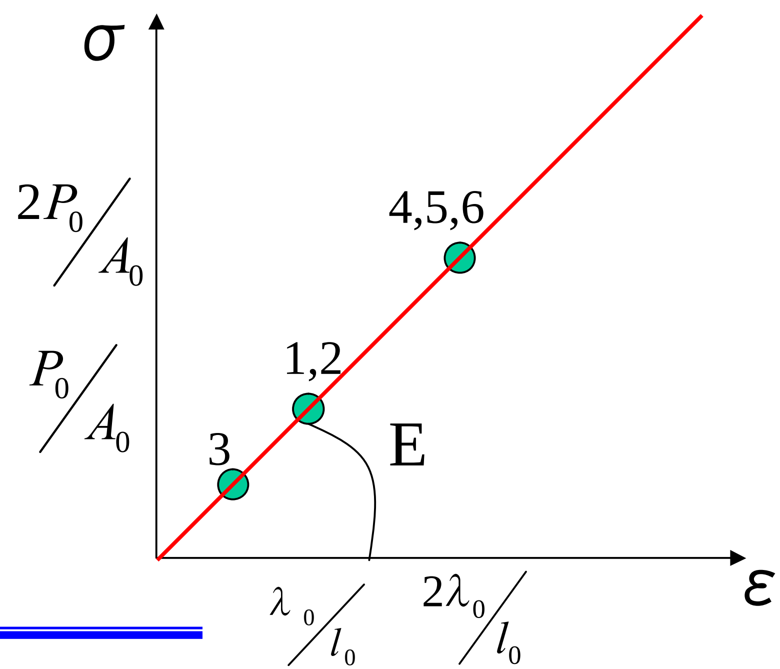
Case3 : $A = 2A_0$

Case4 : $A = {}^{1}\!/_{2}\, A_0$

Case5 : $A = {}^{1}\!/_{2}\, A_0, l = 2l_0$

Case6 : $l = 2l_0, P = 2P_0$





フックの法則と弾性係数

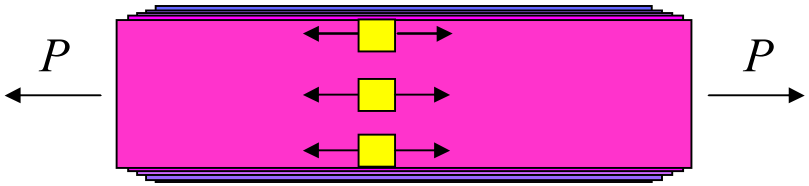
$$\boxed{\sigma = E\,\varepsilon \qquad \lambda = \frac{1}{E}\frac{Pl}{A}}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad \varepsilon = \frac{\lambda}{l}$$

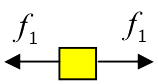
材料	縦弾性係数E （×10^4 kgf/mm^2）
軟鋼（C 0.1~0.2%）	2.11~2.12
硬鋼（C 0.4~0.5%）	2.09~2.11
鋳鋼	2.15
鋳鉄	0.8~1.4
銅	1.25
アルミニウム	0.72
ジュラルミン	0.70

引張り･圧縮

引張り･圧縮



単位断面における垂直応力



$$\sigma = \frac{f_1}{A_1}$$

$$\sigma \cdot A_1 = f_1$$

断面全体では

$$\int_A \sigma \cdot A_1 = \int_A f_1$$

$$\sigma \int_A A_1 = \int_A f_1$$

$$\sigma \cdot A = P$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\sigma \cdot A = P$$

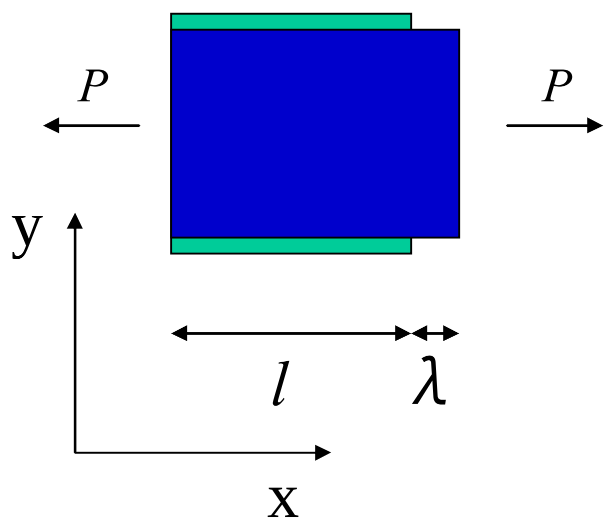
釣合い方程式

内力の合計＝外部負荷

引張り・圧縮・ひずみ

フックの法則と弾性係数

引張り・圧縮



σ：垂直応力

ε：垂直ひずみ

E：縦弾性係数（ヤング率）

ν：ポアソン比

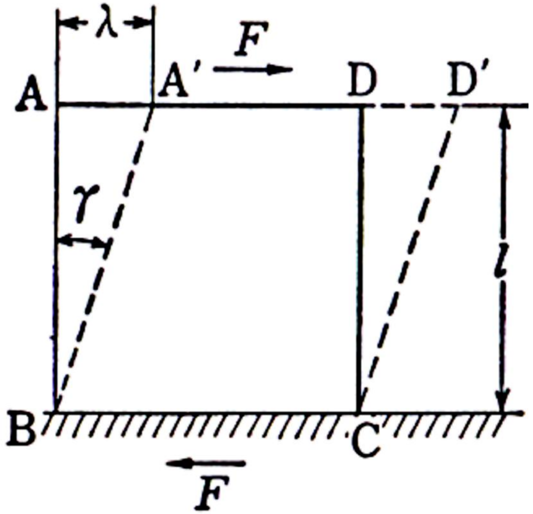
$$\varepsilon_x = \frac{\lambda}{l}$$

$$\sigma_x = E \times \varepsilon_x$$

$$\varepsilon_y = -\nu \times \varepsilon_x$$

せん断変形

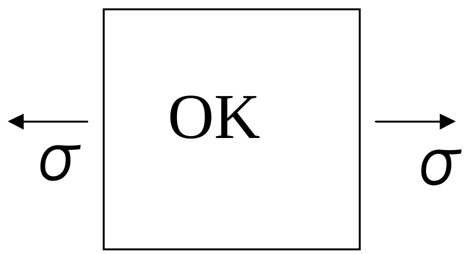
単位厚さの正方形板ABCDにおいて、
せん断力の作用する面DA及びBCの面積をAとすると



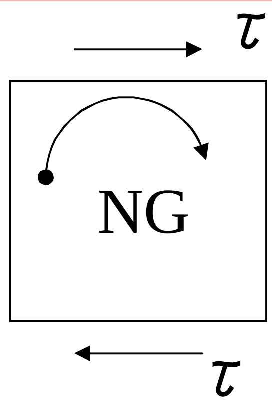
$$\tau = F/A \qquad \gamma = \lambda/l$$

τ :せん断応力
γ :せん断ひずみ
G :横弾性係数

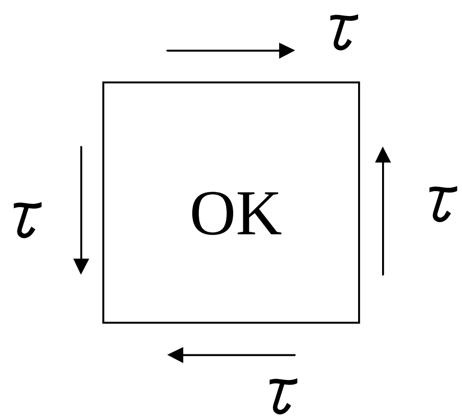
$$\boxed{\begin{gathered}\tau = G\gamma \\ \lambda = \gamma l = \frac{\tau}{G} l = \frac{1}{G}\frac{Fl}{A}\end{gathered}}$$



釣り合う



釣り合わない



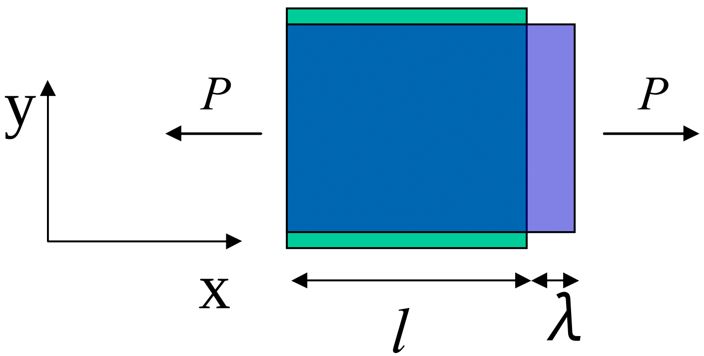
釣り合う

せん断変形

材料	横弾性係数G（×10^4 kgf/mm²）
軟鋼（C 0.1~0.2%）	0.84
硬鋼（C 0.4~0.5%）	0.84
鋳鋼	0.83~0.84
鋳鉄	0.29~0.40
銅	0.47
アルミニウム	0.27
ジュラルミン	0.27

フックの法則と弾性係数のまとめ

引張り(圧縮)

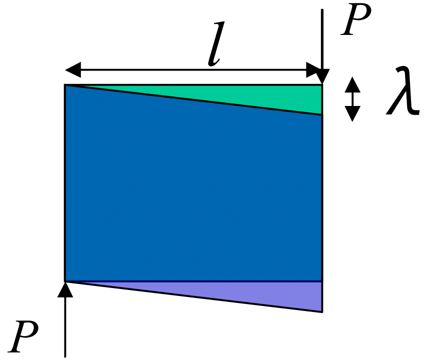


$$\sigma_x = \frac{P}{A} \qquad \varepsilon_x = \frac{\lambda}{l}$$

$$\sigma_x = E\,\varepsilon_x \qquad \lambda = \frac{1}{E}\frac{Pl}{A}$$

$$\varepsilon_y = -\nu \times \varepsilon_x$$

せん断



$$\tau = \frac{P}{A} \qquad \gamma = \frac{\lambda}{l}$$

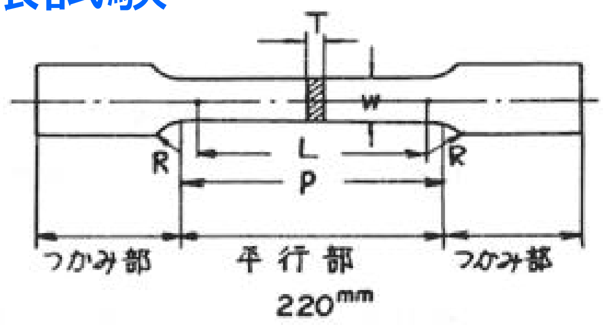
$$\tau = G\,\gamma \qquad \lambda = \frac{1}{G}\frac{Pl}{A}$$

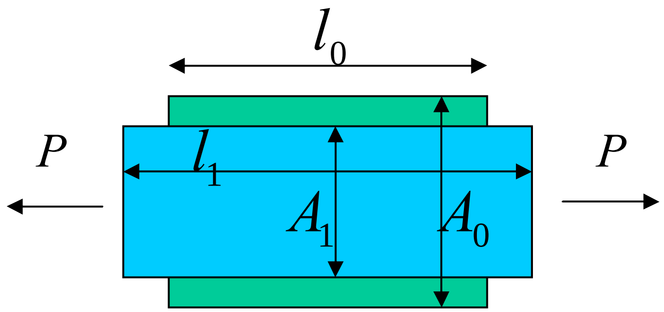
演習

材料	縦弾性係数E（×10^4 kgf/mm²）	横弾性係数G（×10^4 kgf/mm²）	ポアソン比 ν
軟鋼	2.11~2.12	0.84	0.28~0.3
鋳鉄	0.8~1.4	0.29~0.40	0.20~0.29
銅	1.25	0.47	0.34
アルミニウム	0.72	0.27	0.34

材料の機械的性質と材料試験

引張試験





A_0 ：もとの断面積

l_0 ：標点距離

A_1 ：ある時点での断面積

l_1 ：ある時点での標点距離

R：肩部の半径　25mm以上

L：標点距離　200mm

T：厚さ

W：幅

T＜9mm	W＝55～60mm
9mm≦T≦23mm	W＝45～50mm
23mm＜T≦35mm	W＝35～40mm
35mm＜T	W＝30～35mm

例：1号引張試験片

*日本財団図書館より引用

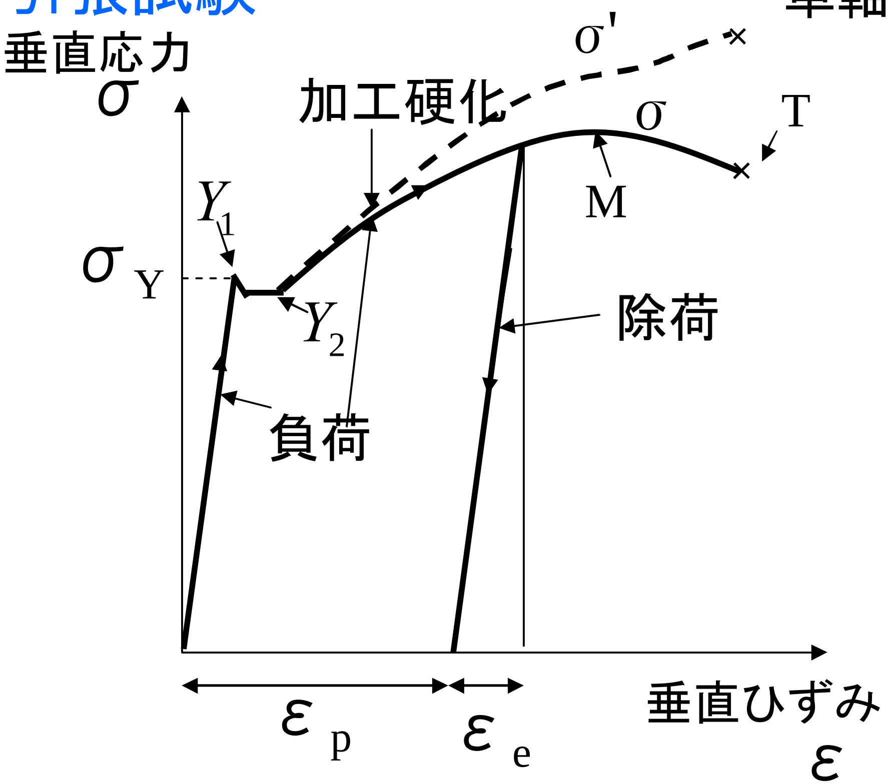
公称応力 $\sigma = \dfrac{P}{A_0}$　　真応力 $\sigma' = \dfrac{P}{A_1}$

$$公称ひずみ\ \varepsilon_n = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$$

$$対数ひずみ\ \varepsilon_e = \log(1 + \varepsilon_n)$$

金属材料の応力･ひずみ関係

引張試験



Y_1 ：上降伏点

Y_2 ：下降伏点

σ_Y ：降伏応力

ε_p ：塑性ひずみ

ε_e ：弾性ひずみ

ε ：全ひずみ（＝ $\varepsilon_p + \varepsilon_e$）

材料	降伏応力 σ_Y（MN/m²）
軟鋼（C 0.1~0.2%）	220
鋳鉄	220-1030
銅	60
アルミニウム（>99.0% Al）	40

比例限度: 正比例関係の上限の応力

弾性限度: 弾性を保つ上限の応力

耐力 : 降伏点が現れない材料で、便宜上降伏したのと同じ効果を与えるような永久ひずみの値を定めて、その永久ひずみを生ずる応力。普通、永久ひずみの値として0.2%をとる

引張強さ: 点Mでの公称応力　　破断点: 点T

単位について

量	ＳＩ単位	工学単位　　ＳＩ単位への換算
質量	kg	kgf・s^2/m　　=9.8kg
力	N(=kg・m/s^2)	kgf =9.8N
密度	Kg/m^3	kgf・s^2/m^4　　=9.8kg/m^3
圧力，応力	Pa(=N/m^2)	kgf/m^2 =9.8Pa
エネルギ，仕事	J(=N・m=kg・m^2/s^2)	kgf・m =9.8J
熱量	J	kcal =4.186kJ
仕事率，動力	W(=J/s)	kgf・m/s =9.8W
モーメント	N・m	kgf・m =9.8N・m
粘度	Pa・s	kgf・s/m^2 =9.8Pa・s
周波数	Hz(=1/s)	Hz
絶対温度	K(=t℃+273.15)	K

倍数	接頭語	記号	倍数	接頭語	記号
10^{18}	エクサ	E	10^{-1}	デシ	d
10^{15}	ペタ	P	10^{-2}	センチ	c
10^{12}	テラ	T	10^{-3}	ミリ	m
10^{9}	ギガ	G	10^{-6}	マイクロ	μ
10^{6}	メガ	M	10^{-9}	ナノ	n
10^{3}	キロ	k	10^{-12}	ピコ	p
10^{2}	ヘクト	h	10^{-15}	フェムト	f
10^{1}	デカ	da	10^{-18}	アト	a

材料	縦弾性係数E（×10^4 kgf/mm²）	横弾性係数G（×10^4 kgf/mm²）	ポアソン比 ν	降伏応力 σ_Y（MN/m²）
軟鋼	2.11~2.12	0.84	0.28~0.3	220
鋳鉄	0.8~1.4	0.29~0.40	0.20~0.29	220-1030
銅	1.25	0.47	0.34	60
アルミニウム	0.72	0.27	0.34	40

引張試験

伸び率 $\varphi = \dfrac{l'-l}{l} \times 100\ \%$

絞り $\psi = \dfrac{A'-A}{A} \times 100\ \%$

l : 標点距離

l' : 破断後の標点距離

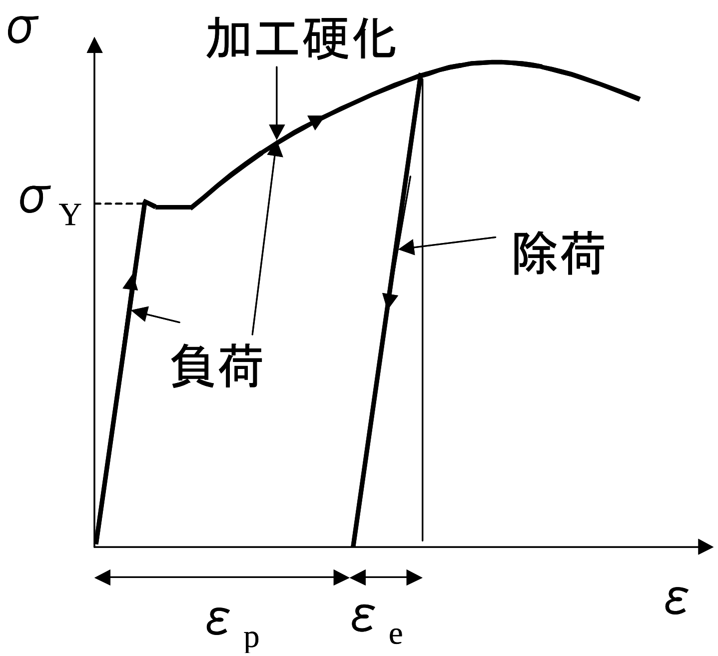
A : もとの断面積

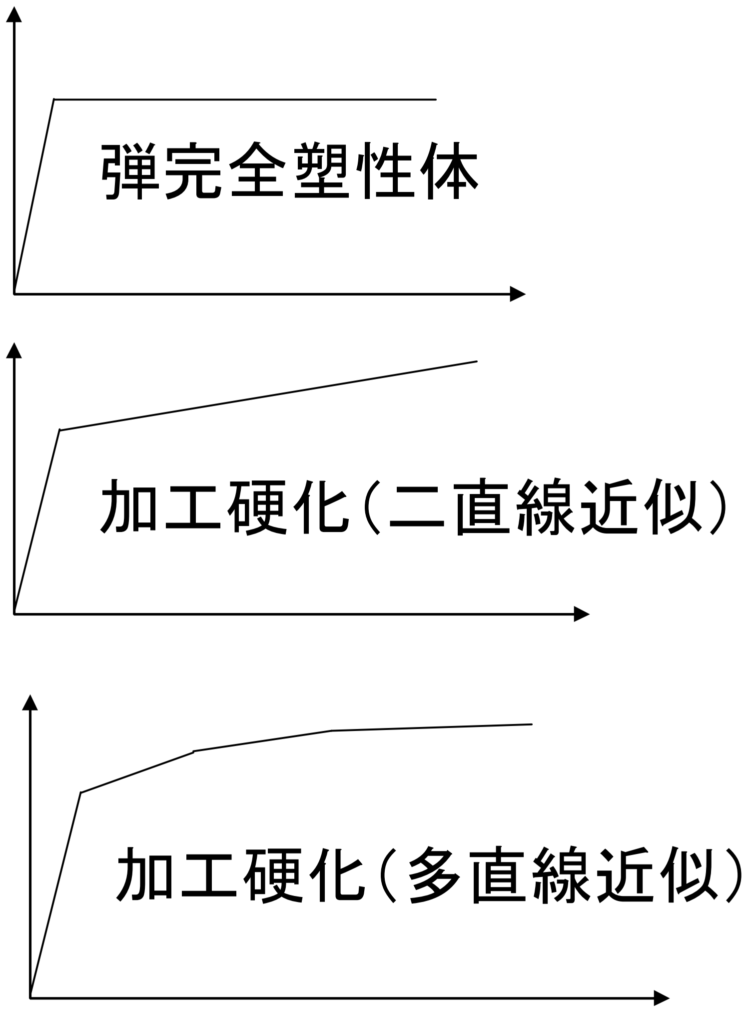
A' : 破断後の最小断面積

延性材料 : 伸び率や絞りの大きい材料 ex. 軟鋼

ぜい性材料 : わずか変形するだけで破断する材料 ex. 鋳鉄

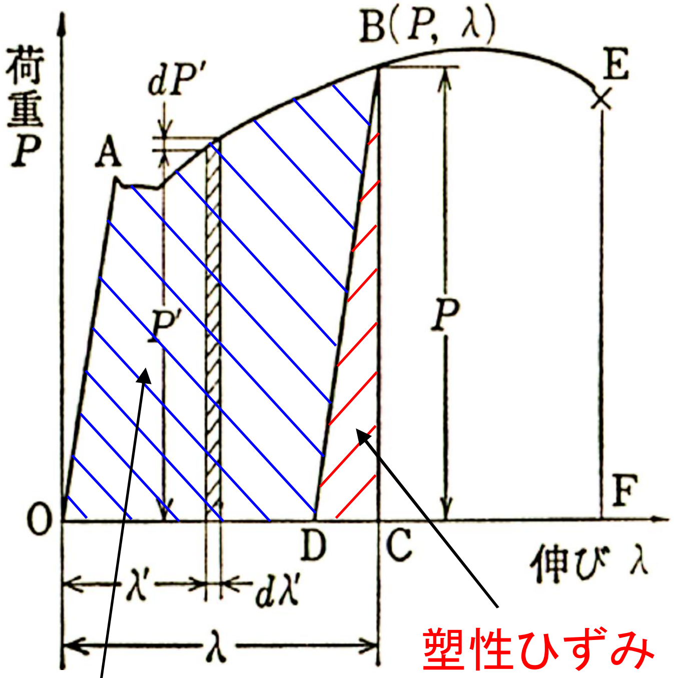
応力・ひずみ関係の近似(構成式)





ひずみエネルギ

単軸応力状態



弾性ひずみエネルギ

塑性ひずみエネルギ

荷重 P'を与えられた物体が dP'だけ増加し伸びが λ' から $d\lambda'$まで増加する間に与えられる仕事量は

$$\left(P' + \frac{1}{2}dP'\right)d\lambda' = P'd\lambda' + \cancel{\frac{1}{2}dP'd\lambda'}$$

点Oから点Bまでの仕事の総量はひずみエネルギに等しく

$$U = \int_0^{\lambda} P'd\lambda'$$

材料の機械的性質と材料試験

・圧縮試験

圧縮強さ

・疲れ試験

疲れ、S-N曲線、疲れ限度（耐久限度）

・衝撃試験

衝撃値

・クリープ試験

クリープ、クリープ限度（クリープ制限応力）

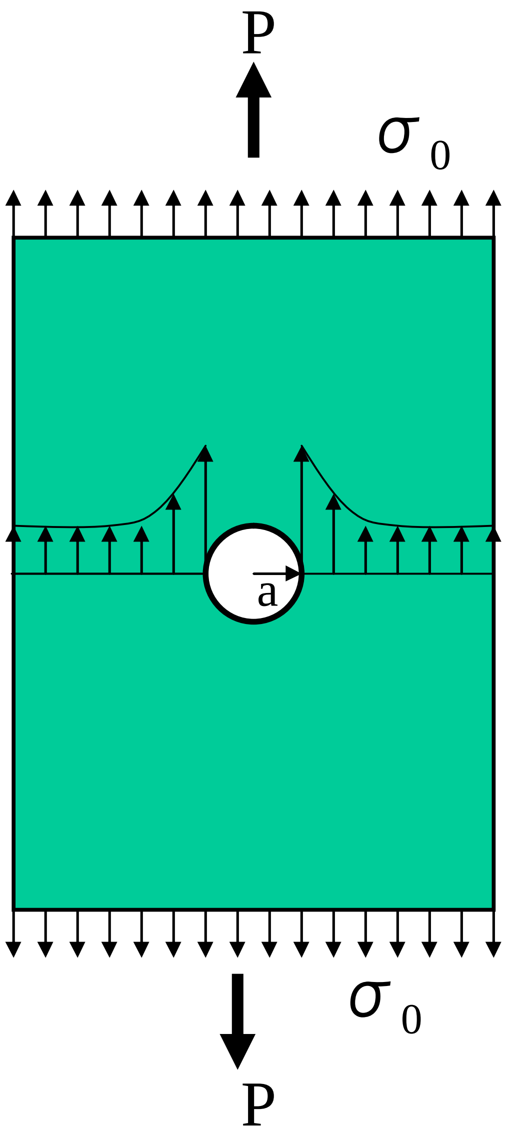
許容応力と安全率

$$f = \frac{\sigma_s}{\sigma_a}$$

f ： 安全率

σ_s ： 基準強さ

σ_a ： 許容応力



応力集中

$$\sigma_0 = \frac{P}{A}$$

板幅に対して孔が十分小さい場合：

$$\sigma_y = \frac{\sigma_0}{2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)+\frac{\sigma_0}{2}\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)$$

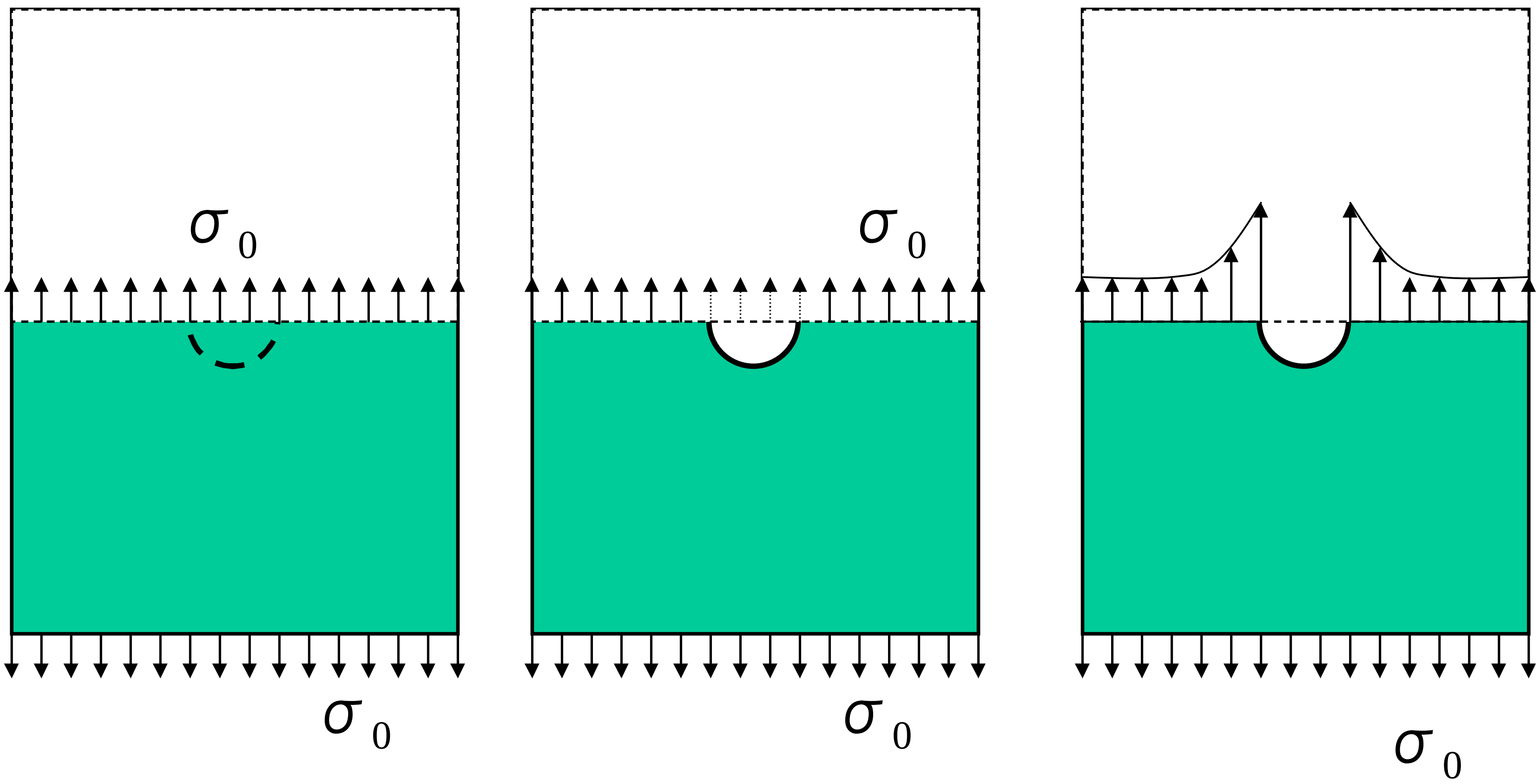
$$\sigma_{max} = 3\times\sigma_0$$ （孔の直径と無関係）

r=1a ： $\sigma y = 3\sigma_0$

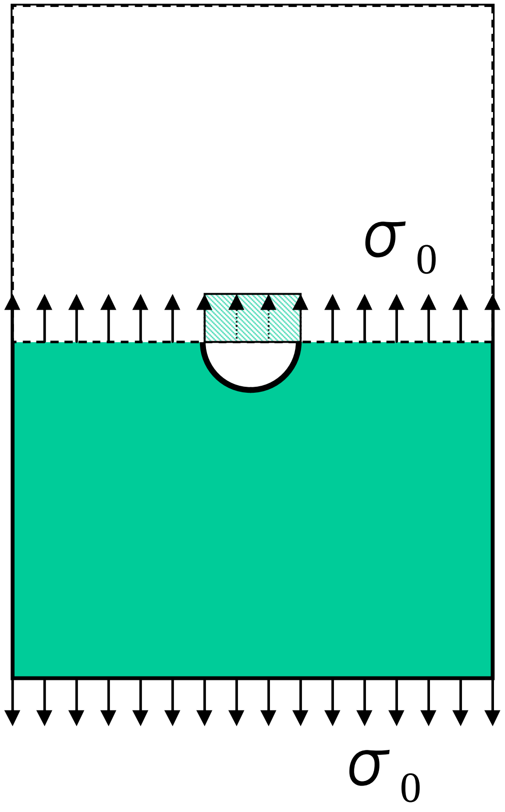
r=2a ： $\sigma y = 1.22\sigma_0$

r=3a ： $\sigma y = 1.07\sigma_0$

応力集中(解説)



応力集中(解説)



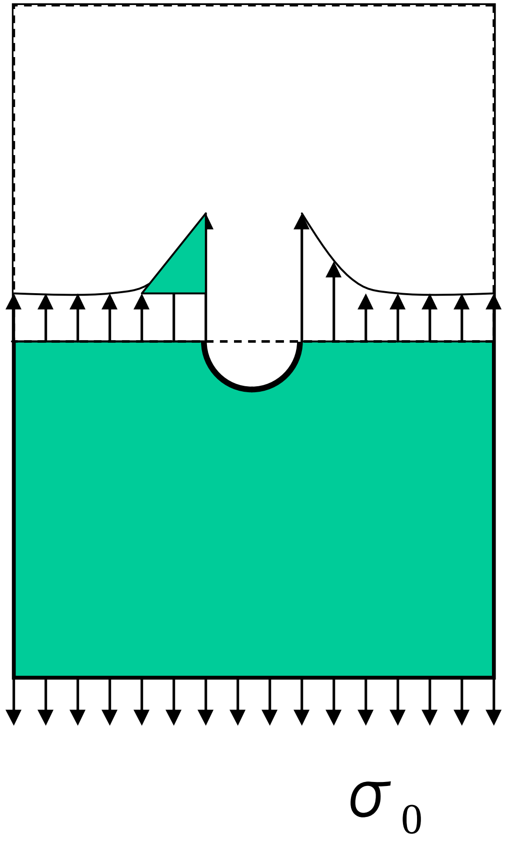
面積:2a σ_0
(孔が負担した合力)

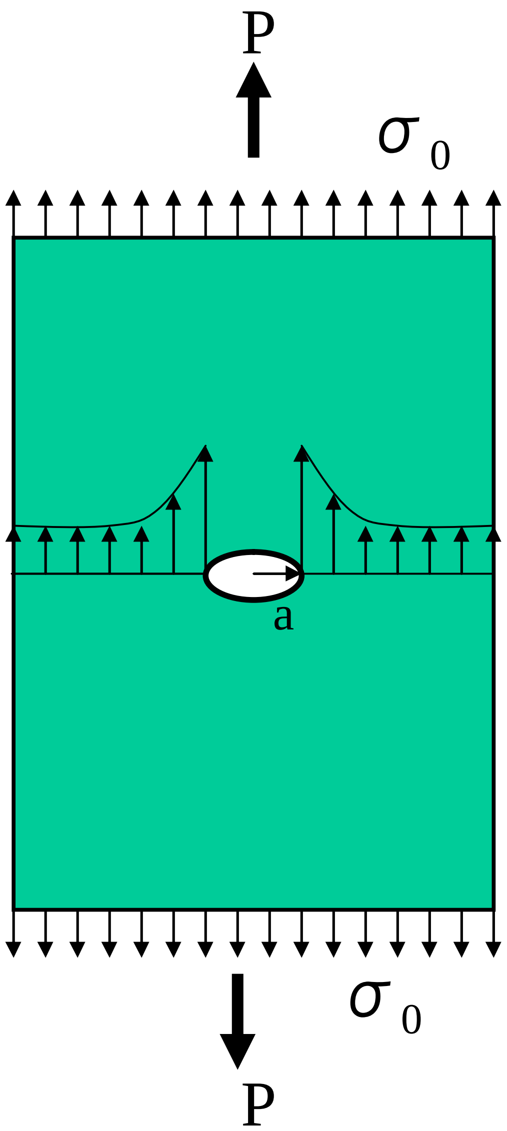
面積:2×1/2a(σ_{max} - σ_0)
(孔周囲が負担した合力の増加)

釣り合い条件によって

$$2a\,\sigma_0 = 2\times 1/2a(\sigma_{max} - \sigma_0)$$

$$\sigma_{max} = 3\sigma_0$$





楕円応力集中

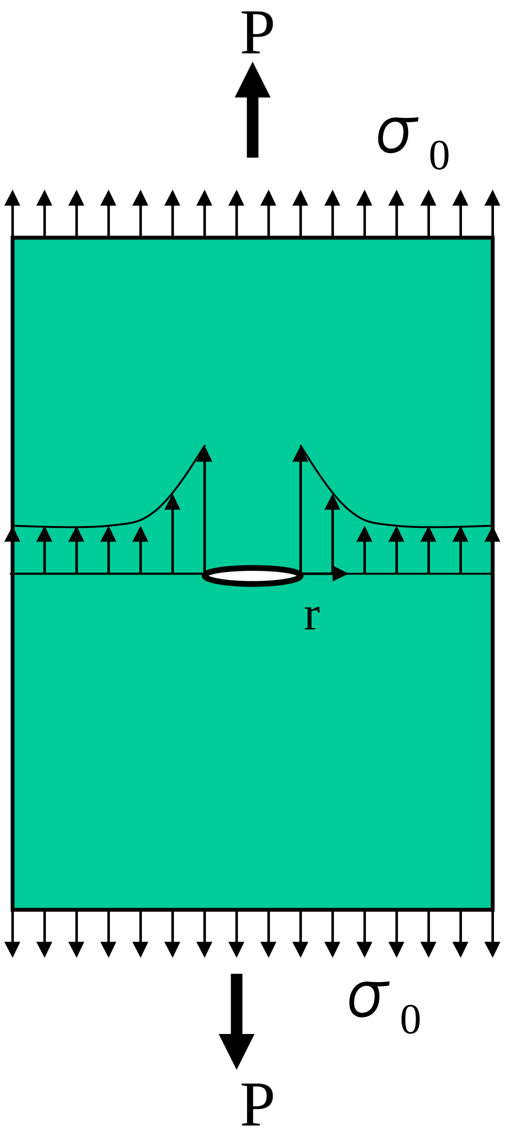
$$\sigma_0 = \frac{P}{A}$$

板幅に対して孔が十分小さい場合:

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_0$$

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b}$$

a:楕円孔の長軸半径;b :楕円孔の短軸半径



き裂応力拡大係数

$$\sigma_0 = \frac{P}{\mathrm{A}}$$

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b} = \infty \quad (\mathrm{b}=0)$$

$$\sigma_{\max} = \infty \times \sigma_0$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}},$$

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$