物理学IA　中間試験

浦崎　　2010. 6. 4. Fri. 1限

注) 途中式も採点の対象となるので, ある程度計算の過程が追えるように書くこと. ただし, 単振動の解や摩擦による減衰を表す解など, 知っているものは導出を示さずに用いてよい. 50点満点.

[1] tを時間, a, ω, v_0を定数として, xy平面上の点が$\mathbf{r} = (a\omega t - a\sin\omega t, a(1-\cos\omega t))$と表されている. 速度ベクトルの[大きさ]の最大値と最小値を求めよ. (10点)

[2] xy面内における質量mの質点の放物運動について考える. $t=0$における位置と速度をそれぞれ$\mathbf{r_0} = (0,0), \mathbf{v_0} = v_0(\cos\theta, \sin\theta)$と与え$(0 < \theta < \pi/2)$, 重力を$\mathbf{F} = (0, -mg)$としたとき, 軌跡は$y = Ax^2 + Bx$と得られる. A, Bを求め, さらにyの最大値を求めよ. (10点)

[3] 単振動する質点が, 速度に比例する抵抗によって減衰振動する様子を調べる. 運動方程式は,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b\frac{dx}{dt} \tag{1}$$

である. $t=0$で原点で速度v_0を持っていたとし, $x(t)$を求めよ. (10点)

[4] 速度に比例する空気抵抗の, 等速直線運動への影響を考える(他に力は働いていないとする). このとき, 運動方程式は速度を$\dfrac{dx}{dt} = v(>0)$とおけば$m\dfrac{dv}{dt} = -m\gamma v$と書き直せる. 初期条件$x(t=0)=0, v(t=0)=v_0$の下でこれを解き, 指数関数に近似$e^z \simeq 1 + z + \frac{1}{2}z^2$を用いると, $x \simeq v_0 t - \alpha t^2$の形になる. 空気抵抗の効果$\alpha$を与えられた定数($\gamma, m, v_0$などの中から)で表せ. (10点)

[5] バネ定数kのバネに固定された質量mの質点に, 振動的な外力を加えたとすると, 運動方程式は,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x + f\cos\omega_f t \tag{2}$$

と表される. ただし$\omega = \sqrt{k/m}$である.

(1) 特解を$x_f = A\cos\omega_f t$とおいて求めよ. (代入し, 方程式を満たすようにAを決める.)(~~10~~点) 5点

(2) 特解と$f=0$の場合の一般解を足し合わせれば(2)の一般解となる. 初期条件として$t=0$で質点は[原点]に[静止]していたとし, 解xを求めよ. (~~10~~点)

5点