$\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$

$= 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d^2r}{dt^2}$

物理学IA　期末試験

浦崎　　2010. 7. 30. Fri. 1 限　$\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$

注) 途中式も採点の対象となるので, ある程度計算の過程が追えるように書くこと. また, **A** のような太字はベクトルを表す. 50 点満点.

[1] z 軸上に直線状に分布した電荷による電位は $V(\mathbf{r}) = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\log_e(\sqrt{x^2+y^2})$ と表され (λ, ε_0 は定数), これにより電荷 q が感じる位置エネルギー (ポテンシャル) は $U(\mathbf{r}) = qV(\mathbf{r})$ である. この電荷の受ける力の x 成分 F_x を求めよ. (10 点)

[2] 質点に $F(x) = -2T\dfrac{x}{\sqrt{x^2+l^2}}$ で表される復元力が働いている (T は定数としてよい). $x = 0$ を基準点に取ったポテンシャル $U(x)$ を求めよ. (10 点)

$|r|^2 = a^2\cos\cdots + b^2\cdots$

[3] 質量 m の質点が $\mathbf{r} = (a\cos\omega t, b\sin\omega t, 0)$ で表される楕円運動をしている. 全エネルギーと角運動量の大きさを m, a, b, ω で表せ. (10 点)【ヒント】運動方程式に代入してみると, 力が (万有引力ではないが比較的簡単な) 中心力であることが示せ, 位置エネルギーが求められる.

$\frac{dL}{dt}$　　$(\sqrt{x^2+l^2})'$

[4] 質点に電場による力 $\mathbf{F} = (eE_x, eE_y, 0)$ が働いている (e, E は正の定数). 原点の周りの角運動量 $\mathbf{L} = \mathbf{r}\times m\mathbf{v}$ について, 時間変化の大きさ $\left|\dfrac{d\mathbf{L}}{dt}\right|$ を計算せよ. 答えには e, E_x, E_y, x, y, z を用いてよい. (10 点)　$= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+l^2}}$

x

[5] 地球の温暖化が問題になっている. 一つのアイデアとして, 太陽方向へのジェット噴射により, 地球の公転軌道を r から $r'(>r)$ へと太陽から遠ざけることを考えてみよう. 太陽を固定した中心とし (地球の質量 m は太陽質量 M の百万分の 3 程度である), 地球は完全に円軌道を描いているとする (実際の離心率は $e = 0.017$ 程度と小さいのでここでは無視する). 【ヒント】ジェット噴射は中心力と考えてよい.

(1) 必要なエネルギーはどれだけか G, M, m, r, r' を用いて表せ (実際に値を計算してみたが, あまり現実的な値ではなかった). (5 点)

(2) 一年だった公転周期は何年に変化するか. r, r' を用いて表せ. (5 点)