

物理学 I A 期末試験

浦崎 2009. 7. 24. Fri. 1 限

注) 途中式も採点の対象となるので、ある程度計算の過程が追えるように書くこと。
また、**A** のような太字はベクトルを表す。50 点満点。

[1] バネにより原点に拘束された質点が三次元空間中を運動する場合を考える。位置エネルギーを $U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}k|\mathbf{r}|^2$ と表せば $\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 + U(\mathbf{r}) = \text{一定}$ が成り立つ。力の x 成分 F_x を計算せよ。(10 点)

$$F_x = -\frac{d}{dx}U(x)$$

[2] 一次元のパネの伸び x と力の関係がフックの法則からずれていて、 $F = -kx - \epsilon x^3$ と表されているとする。 $x = 0$ を基準点に取ったポテンシャル $U(x)$ を求めよ。(10 点)

[3] 万有引力ポテンシャル $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ のもと、ある惑星を周回する衛星を考える。あるとき(時刻 t_0 とする)にくらべ、数年後(時刻 t とする)には、全エネルギーが衝突や摩擦によって $2.2 \times 10^6 [\text{J}]$ 失われていた。この衛星の質量を $1000 [\text{kg}]$ とし、 $v(t_0) = 100 [\text{m/s}]$ とすると、 $v(t)$ はいくらか。いずれの時刻にも、この衛星は等速円運動の状態にあると考えてよい。なお、答えは無理数を含んで良い。【ヒント】遠心力と引力の釣り合いから、エネルギーを速度と質量のみで表すことが出来る。(10 点)

[4] 質点の位置ベクトルが $\mathbf{r} = (a \cos \omega t, b \sin \omega t, 0)$ で表される運動を考える。質点 m

(1) 角運動量ベクトル $\mathbf{L}$ を計算せよ。(5 点)

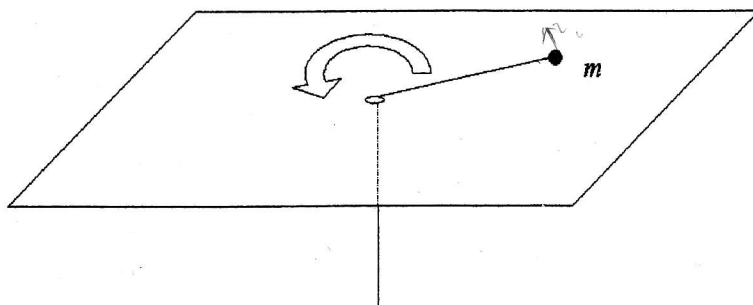
(2) 以下①～③の中から幾つでも、この運動の原因となる力としてふさわしいものを選び。(5 点)

① 地表での重力 $\mathbf{F} = (-mg, 0, 0)$

② 万有引力 $\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^3}(x, y, z)$

③ バネの復元力 $\mathbf{F} = -k(x, y, z)$

[5] 図のように、滑らかで水平な板に小穴をあけ、それに糸を通し、一端に質量 m の質点をつけ、他端は穴の下から糸を引っ張っている。質点は穴を中心とした半径 r_0 、角速度 v_0 の円運動をしている。この状態から出発して、ゆっくりと糸を引いて、運動エネルギーを 2 倍にした。回転半径は何倍になったか。(10 点)



$$L = mrv$$

$$v^2 = r \cdot \omega^2$$