2008 物理学IA(浦崎) 前期中間試験 解説 DATE . .

[1] $\mathbb{F} = f(\cos\omega t, \sin\omega t)$

eom. $m\begin{pmatrix} \frac{d^2x}{dt^2} \\ (y) \end{pmatrix} = f\begin{pmatrix} \cos\omega t \\ \sin \end{pmatrix}$

両辺2回tで積分し.

$x = -\frac{f}{m\omega^2}\cos\omega t + c t + c'$

$x(t=0) = 0$, $\dot{x}(t=0) = 0$.

$\downarrow$ $\qquad\qquad \downarrow$

$c' = \frac{f}{m\omega^2}$ $\qquad c = 0$

yも同様.

$\therefore \mathbb{r} = \frac{f}{m\omega^2}(-\cos\omega t + 1, -\sin\omega t + \omega t)$

[2] 変数分離、摩擦、初期条件

$\ddot{z} = -g - \gamma\dot{z}$, $v = \dot{z}$とおく。

$\rightarrow \dot{v} = -\gamma(v + \frac{g}{\gamma})$

…このような性質の関数v(t)を探せ

$\frac{dv}{v + \frac{g}{\gamma}} = -\gamma dt$

積分し.

$\log(v + \frac{g}{\gamma}) = -\gamma + c$

$\therefore v = -\frac{g}{\gamma} + e^c e^{-\gamma t}$

$t = 0$で $v = v_0$

$\rightarrow e^c = \frac{g}{\gamma} + v_0$

さらに積分して

$z = \frac{g}{\gamma}t + c' - \frac{e^c}{\gamma}e^{-\gamma t}$

$t = 0$で$z = 0$.

$\rightarrow c' = \frac{e^c}{\gamma}$

求める最高点のzは.

$v = 0$で実現

この時

$e^{-\gamma t} = \frac{1}{e^c}\cdot\frac{g}{\gamma}$

$\rightarrow t_{max} = -\frac{1}{\gamma}\log\frac{g}{e^c\gamma}$

$\left(= \frac{1}{\gamma}\log\left(1 + \frac{\gamma v_0}{g}\right)\right)$

$\therefore z_{max} = \frac{g}{\gamma^2}\log\frac{g}{g + \gamma v_0} + \frac{v_0}{\gamma}$

$= -\frac{g}{\gamma^2}\log\left(1 + \frac{\gamma v_0}{g}\right) + \frac{v_0}{\gamma}$