物理学 I A 中間試験

浦崎 2008. 6. 6. Fri. 1 限

F_{m-1}

注) 途中式も採点の対象となるので、ある程度計算の過程が追えるように書くこと。ただし、単振動の解や摩擦による減衰を表す解など、知っているものは導出を示さずに用いてよい。50 点満点。

[1] 時刻 $t = 0$ で原点で静止していた質量 m の粒子に、力 $\mathbf{F} = f(\cos \omega t, \sin \omega t)$ が働いている (f, ω は定数で、摩擦等は考えなくて良い)。この粒子の座標を時間の関数として解け。(10 点)

[2] 速度に比例する抵抗を考慮し、ボールの垂直投げ上げを考える。上向きを z 軸の正に取り、 m, g, α を正の定数とすれば、 $v > 0$ の間は

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg - m\gamma \frac{dz}{dt} \quad (1)$$

と表せるだろう。原点 $z = 0$ から初速度 $v_0 (> 0)$ で投げ上げたとし、最高到達点 $z_{\max}$ を求めよ。(10 点)

[3] 単振動を生じる力 $F = -kx$ に加えて弱い摩擦 $F' = -2m\gamma v$ を考慮し、減衰振動となる (過減衰や臨界減衰にはならない) 場合を考える (ここで $v = dx/dt$)。解の形を $x = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \theta)$ と仮定して運動方程式に代入し、 ω を決めよ。また $t = 0$ で $v = v_0$ かつ $x = 0$ を初期条件として A, θ を求めよ。(10 点)

[4] バネ定数 k のバネに固定された質量 m の質点に、振動的な外力を加えたとする。運動方程式は、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x + f \cos \omega_f t \quad (2)$$

と表される。ただし $\omega = \sqrt{k/m}$ である。

(1) 特解を $x_f = Ce^{i\omega_f t}$ または $x_f = A \cos \omega_f t$ とおいて求めよ。(10 点)

(2) $t = 0$ で質点は原点に静止していたとして、解 x を求めよ。(10 点)