

電磁波解析 期末試験問題

2016 年 2 月 9 日 (火)

担当教員：國分 泰雄

注意事項

1. 改めて注意するまでもないが、絶対に不正行為をしてはならない。また、参考書とノートは使用禁止とするので、試験中は鞆の中にしまうこと。
2. 携帯電話と PHS のメイン電源を切ってから、試験中は鞆の中にしまうこと。したがって、携帯電話や PHS を時計として使用してはならない。
3. 席は、横には隣り合わないように、1 つずつ席を空けて、番号札が貼ってある席に着席すること。また、番号札の隣の見やすい位置に学生証を置くこと。
4. 電卓も使用禁止とする。多少の計算が必要な問題はあるが、筆算の範囲である。
5. 罫線入り冊子体の解答用紙を使用するので、左側の頁は罫線なし、右側の頁は罫線入りになっているはずである。解答は、罫線入りの右の頁に記入すること。左側の罫線無しの頁は計算メモに使用して良いが、計算メモと見なして採点しないので、右側の罫線入りの頁がスペース不足で解答が書ききれなくなった場合は、解答の続きがどの左頁に続くのかを明示して記入すること。

問題

- 電磁波 (平面波を仮定する) の波長を λ [μm], 周波数を f , 電磁波の位相速度を c (正確には 2.996×10^8 [m/s] であるが, ここでは 3.0×10^8 [m/s] に近似する) と表すことにする.
 - 波長が $\lambda = 0.3 \text{ m}$ の電磁波の周波数は何 [Hz] か. k (キロ), M (メガ), G (ギガ), T (テラ) 等の工学単位で答えよ. 【例, 10 kHz 】 [3 点]
 - $f = 200 \text{ THz}$ の電磁波の真空中での波長は何 [m] か. m (ミリ), μ (マイクロ), n (ナノ) 等の工学単位で答えよ. 【例, 1 mm 】 [3 点]
 - 地球から月までの距離は, 正確には月が地球の周りを楕円軌道で周回するため, 最も遠い距離で約 $405,500 \text{ km}$, 最も近い距離で約 $363,300 \text{ km}$ であるが, 簡単化のために平均距離で約 $384,400 \text{ km}$ とする. 月まで短いレーザパルス光を発射して, 月に置いたコーナミラーで反射して地球にもどるまでの時間は何秒か? 有効数字 3 桁で答えよ. [3 点]
- 図 1 に示すように, 誘電率 ϵ_1 と ϵ_2 の 2 つの誘電体が平坦な境界面を形成している. この境界面において, 誘電率 ϵ_1 中では電界ベクトル E_1 が境界面と角度 θ_1 をなし, 誘電率 ϵ_2 では電界ベクトル E_2 が境界面と角度 θ_2 をなしている. ただし, 電界は静電界であるとする.

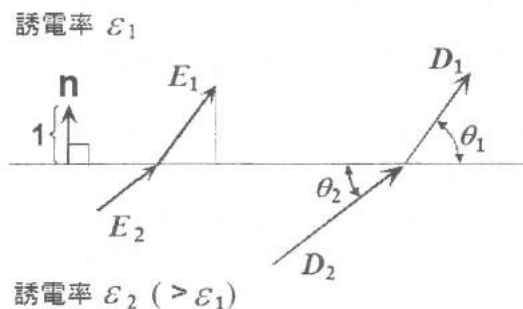


図 1: 誘電体境界面における電界ベクトルと電束密度ベクトル

- 電界ベクトル E_1 の大きさ E_1 , E_2 の大きさ E_2 と角度 θ_1 , θ_2 の間に成り立つべき境界条件の式を書け. [5 点]
 - 電束密度ベクトル D_1 の大きさ D_1 , D_2 の大きさ D_2 と角度 θ_1 , θ_2 の間に成り立つべき境界条件の式を書け. [5 点]
 - 問 (1) と問 (2) より, 誘電率 ϵ_1 , ϵ_2 と角度 θ_1 , θ_2 の間に成り立つべき式を書け. [3 点]
 - $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\epsilon_2 = \sqrt{3} \epsilon_0$, $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$ [rad] のとき, 角度 θ_2 何 [rad] か. ただし, ϵ_0 は真空の誘電率である. [5 点]
- 誘電率 ϵ , 導電率 σ , 透磁率 μ の媒質中の電磁波伝搬を考える.
 - 電界 E と磁界 H に対するベクトル波動方程式を書け. [6 点]
 - 導電率 $\sigma = 0$ かつ $\mu = \mu_0$ の誘電体中を, 角周波数 ω の平面波が z 方向に伝搬する場合を考える. 伝搬定数を k として位相因子を $\exp[j(\omega t - kz)]$ で表すことにする. x 偏波の電界 E_x を進行波と後退波の線形結合で表せ. ただし, 進行波の電界振幅を A , 後退波の電界振幅を B , x 方向の単位ベクトルを e_x とする. [5 点]
 - この平面波の進行波のみを考えると, マックスウェルの方程式より磁界 H_y を電界 E_x と ω , ϵ , μ_0 , を用いて表せ. [3 点]
 - 進行波のみを考えると, xy 面内の単位断面積あたりに $+z$ 方向に流れる電力流密度 P_z を, ω ,

ϵ , μ_0 , および A を用いて表せ. [4 点]

(5) この平面波の伝搬定数 k を ω , ϵ , μ_0 で表せ. [3 点]

(6) この平面波の位相速度 v_p を ϵ と μ_0 で表せ. [3 点]

(7) この位相速度が $v_p = 7.49 \times 10^7$ [m/s] であった. この誘電体の比誘電率 ϵ_r を有効数字 3 桁で求めよ. [4 点]

4. 図2に示すように, 誘電率 ϵ_1 と ϵ_2 の2つの誘電体が平坦な境界面を形成している. この境界面に平面波が角度 θ_1 で入射した場合の反射と屈折を考える.

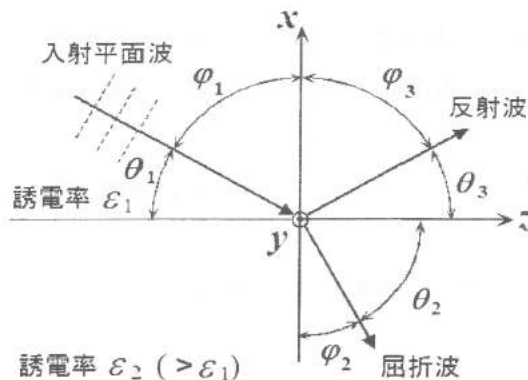


図2: 誘電体境界面における平面波の反射と屈折

TE 偏波 (s 偏波) と TM 偏波 (p 偏波) に対する電界反射係数 (電界反射率) は, それぞれ次式で与えられる.

$$r_s = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_1 - \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \cos^2 \theta_1}}{\sqrt{\epsilon_1} \sin \theta_1 + \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \cos^2 \theta_1}} \quad (1)$$

$$r_p = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \sin \theta_1 - \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \cos^2 \theta_1}}{\sqrt{\epsilon_2} \sin \theta_1 + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \cos^2 \theta_1}} \quad (2)$$

(1) 電力反射率 R_s と R_p を電界反射係数 r_s と r_p を用いて表せ. [4 点]

(2) 垂直入射 ($\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ [rad]) の場合の電力反射率 R_s を誘電率 ϵ_1 と ϵ_2 を用いて表せ. [3 点]

(3) シリコンの屈折率 n (比誘電率を ϵ_r とするとき $n = \sqrt{\epsilon_r}$) は光通信の赤外波長 (波長 1550 nm) において, 約 3.50, ガラスの屈折率は約 1.50 である. 平坦なシリコン板とガラス面の境界面に垂直にガラス側からこの波長の平面波が入射したときの反射率は何 % と見積もられるか. [3 点]

(4) 問(3)の値は入射波電力の何 dB に相当するか. (電卓がなくても, $\frac{1}{2}$ 倍 = 0.5 = 50 % が -3 dB であることを思い出せば, この dB の計算は出来る.) [4 点]

(5) 光通信の赤外波長 (波長 1550 nm) において, 媒質1の比誘電率が $\epsilon_{r1} = 2.00$ (フッ素系ポリマー材料にほぼ等しい) で媒質2の比誘電率が $\epsilon_{r2} = 5.00$ (Ta_2O_5 などの高屈折率誘電体材料にほぼ等しい) の境界面に, 平面波が角度 $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$ [rad] で入射した場合の電力反射率 R_s を有効数字 3 桁で求めよ [4 点].

(6) 図2では $\epsilon_2 > \epsilon_1$ の場合を示しているが, 逆に $\epsilon_2 < \epsilon_1$ の場合を考える. 媒質1の比誘電率が $\epsilon_{r1} = 4.00$ で媒質2比誘電率が $\epsilon_{r2} = 3.00$ の境界面に平面波が入射した場合の全反射が起る臨界角 θ_c は何 [rad] か. [5 点]

(7) TM 偏波 (p 偏波) の電力反射率 R_p が零になる角度 (ブリュースター角) を ϵ_1 と ϵ_2 で表せ. [4 点]

5. 図 4 のような平板状導波管を考える.

- (1) 電磁波の角周波数を ω , 導体の導電率を σ とするとき, 表皮深さ δ を ω と σ と μ で表せ. [4 点]

[ヒント] 正確な式を忘れてしまった者は, 周波数が高くなった極限や導電率が大きくなった極限で考えてみよ. 周波数依存性と導電率依存性が理解できている者には, 正確な係数が書けていなくても半分だけ点を与える.

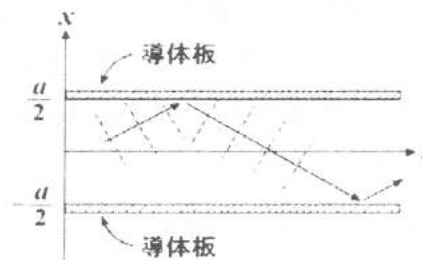


図 4 平板状導波管

- (2) 電磁波の周波数は導体内に入り込まずに表面で反射される程度に十分高周波とする. また, 導波管内の媒質は空気とする. 伝搬定数を β , $\kappa = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2}$ として TE 波の電界 E_y を表せ. [5 点]
- (3) モード番号 (モード次数) を N として, TE_N モードの伝搬定数 β_N を κ と a と N で表せ. ただし, $N = 0, 1, 2, \dots$ である. [5 点]
- (4) この導波管が単一モードになる周波数範囲を求めよ. [4 点]