

I 次の行列 A について、その転置行列との積 $A \cdot A$ を求めなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

II 次の行列の階数 (Rank) を求めなさい。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & -5 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 5 & -1 \\ 5 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

III 次の連立方程式について答えなさい。

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + cz = 3 \\ x + cy + 3z = 2 \end{cases}$$

(1) 唯一の解を持つように定数 c を求めなさい。

$$c \neq 2, -3$$

(2) 無数に解を持つように定数 c を求めなさい。

$$c = 2$$

(3) 解を持たないように定数 c を求めなさい。

$$c = -3$$

IV 行列 $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ について答えなさい。

(1) 正則行列かどうか調べなさい。

$$\eta \neq 0$$

(2) 余因子を全て求めなさい。

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -4 & 6 & -7 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

(3) 逆行列を求めなさい。

$$B^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -1 & 6 & -3 \\ 0 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

V 次の行列式を求めなさい。

$$\begin{vmatrix} 6 & 7 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 5 & 7 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 0 & -2 & 7 \\ 4 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & -2 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 & 7 \\ 4 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 & 0 & 1 \\ 4 & -3 \\ 13 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 14 & 1 \\ 13 & 1 \end{vmatrix} = 14 - 13 = 1$$

以上