

Ⅲ. 電気抵抗の温度変化の測定

1. 目的

デジタル・マルチメーターを用いて、金属（銅）および半導体（サーミスター）の電気抵抗の温度変化を測定し、それぞれの実験式を求める。その過程に於いて、物理の基本的なデータ整理法を習得する。

2. 理論

物体の電気抵抗は、その形状によって異なるが、形状を一定にすれば物質により定まった値となる。普通、断面積 S 、長さ ℓ の導体の長さ方向の抵抗値が R の場合、その物質の抵抗率（比抵抗）を

$$\rho = \left(\frac{S}{\ell} \right) \cdot R \quad \cdots (1)$$

で定義する。一般に抵抗率は、温度によって変化するが、変化の様子は物質により異なる。金属では温度の上昇とともに抵抗が増加し、半導体では逆に減少する。

(1) 金属の電気抵抗

一般に金属では、成分原子の原子核が規則正しく並んだ結晶構造をしていると考えられる。この場合、価電子の一部が原子核の束縛から離れて、自由電子として無秩序な運動をしている。この自由電子は金属の電気伝導を担う働きをするので、伝導電子ともいう。金属では、原子核の格子振動が温度とともに増大するため、金属内での伝導電子の散乱断面積が大きくなる。この伝導電子に電界を加えれば、電界と逆方向に移動する単位時間あたりの伝導電子の数は、温度とともに少なくなる。すなわち、電界方向に流れる電流が小さくなる。これは、電気抵抗が大きくなったものと考えることができる。

常温付近の銅に於いては、抵抗 R (Ω) と温度 t ($^{\circ}\text{C}$) との関係が、

$$R_t = R_0(1 + \alpha t) \quad \cdots (2)$$

を満たすことが理論的にも予測され、又、実験的にも知られている。今、直接測定されるのは、温度 t における抵抗 R_t の値であり、これから求めるものは、 0°C の時の抵抗 R_0 と温度係数 α である。(5),(6)式から抵抗率に関して、

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t) \quad \cdots (3)$$

と表すことができる。

(2) 半導体の電気抵抗

固体中の電子は、結晶格子の作る周期的なポテンシャルにより、エネルギーのバンド（帯）構造を形成する。ひとつのバンドとその上のバンドとの間はバンドギャップ（禁止帯）と呼ばれ、その状態の電子の存在は許されない。

絶対零度に於いて、半導体は絶縁体と同じように電流を運ばない。価電子により完全に占有された価

電子帯と、禁止帯を隔ててエネルギーの高いところに空の伝導帯を電子が身動きできず、絶縁体の性質を示す。しかし有限温度では、電子が熱的な励起を受け、バンドギャップを超えて価電子帯から伝導帯へと一部の電子がジャンプする。すると価電子帯には“空”の準位（正孔、ホール）が少しでき、伝導帯には少しの自由電子ができることになるので、それらが担体（キャリアー）となり電気伝導を示すようになる。温度が高いほどこの傾向は顕著になり、キャリアーの個数の温度依存性は統計力学的にボルツマン因子 $\exp\left(-\frac{Q}{kT}\right)$ に比例する。ここで k はボルツマン定数、 T は絶対温度であり、 Q は活性化エネルギーと呼ばれるバンドギャップに対応したエネルギー量である。半導体の電気伝導度 σ はキャリアーの個数に強く依存し、ボルツマン因子に比例する。電気抵抗 R は、伝導度 σ に反比例するから次式が成り立つ。

$$R = \frac{1}{\sigma} = R(\infty) \exp\left(\frac{Q}{kT}\right) \quad \cdots (4)$$

※半導体と絶縁体の違いはこの禁止帯の幅、つまりバンドギャップの大きさであり、半導体では大体 1 eV である。

3. 装置

I. デジタル・マルチメーター

銅線およびサーミスターの抵抗測定に用いる。抵抗値は単位を含めて数値で表示され $4 \sim 5$ 桁まで測定できる。

II. 加熱用電源

トランス型で、1次側(input)を商用電源(100V, 50Hz)につなぎ、2次側(output)に加熱装置をつなぐ。ダイヤルにより、0V から 130V まで変えることができる。

III. 加熱装置

水を入れたビーカーにセットされた試料をまわりから温めるようになっている。

IV. 試料セット

ビーカー、温度計、銅線、サーミスターがセットされていて、これをそのまま加熱装置に入れてある。

V. 試料

銅線およびサーミスターが温度計の感温部に密着して固定されている。

サーミスター：市販のもので、室温で $\sim 2 \text{ k}\Omega$ 、 100°C で $\sim 200 \Omega$ 程度のものを用いる。

銅線：直径 $d = (0.081 \pm 0.001) \text{ mm}$

長さ $\ell = (4.000 \pm 0.005) \text{ m}$

※ 注意

実験が終わっても加熱装置と試料セットは分離しないこと。

また実際の計算では表面積を計算するので、 d そのままではなく半径を使う。

4. 方法

<課題>

① デジタル・マルチメーターを用いて、銅およびサーミスターの電気抵抗を、室温から水の沸点迄の範囲で測定し、さらに用いた温度計の指示値の補正をする。

② 銅線の抵抗と温度を方眼紙にプロットする。常温付近での銅の抵抗は直線で表すことができ、そのグラフから、 R_0 (直線の y 切片)、 κ (直線の傾き)、 R_{20} (20℃の抵抗値)を読み取り、銅の抵抗率(20℃) ρ_{20} と温度係数 α を求める。

③ サーミスターの抵抗と温度を片対数グラフ用紙にプロットする。グラフから、温度 ∞ の時の抵抗 R (∞) と活性化エネルギー Q を求めて、実験式をつくる。

④ 銅線の抵抗と温度の測定結果から最小 2 乗法により、最確値 $\bar{R}_0$ (直線の切片)、 $\bar{\kappa}$ (直線の傾き) を計算し、次に平均温度係数 $\bar{\alpha}$ を求める。最後に、銅の抵抗の実験式を作り、これを直線でグラフに記入する。

<方法>

① 加熱用電源のダイヤルが 0V になっていることを確かめて、2 次側(output)のコンセントに加熱装置のプラグを差し込む。次に、1 次側(input)を商用電源(100V,50Hz)につなぐ。

② リード線を用いて、試料の銅線をデジタル・マルチメーターの抵抗測定端子につなぐ。このマルチメーターのスイッチを on にして、室温での抵抗を測定する。続いてサーミスターの抵抗を測定する。

③ 試料セットのビーカー内の水を攪拌しながら試料を加熱(夏場は 65V で、冬場は 75V で)していき、目標温度(これ以降は室温から水の沸点までの範囲で 7~10℃おきに、銅線およびサーミスターの抵抗を測定する)の 3℃下まできたら加熱を止めて(加熱用電源のダイヤルを 0V にする)、そのまま攪拌を続け、温度が安定したところ(目標の温度でなくてよいが、測定中一定である事)で、すばやく銅線とサーミスターの抵抗を測定する。

5. 測定データ -実験データの整理-

1. 温度計指示値の補正

この実験で用いる温度計は、温度計全体が測定するものの中にある時、正しい温度を示す。したがって、一部が室温部分に出ているときは、温度計の指示値を補正しなければならない。温度計は、室温 θ_r では正しい温度を示している。また、気圧の変動による水の沸点の変化は $\pm 0.5^\circ\text{C}$ 以内であるから、水の沸点は 100°C であると考えてよい。温度計指示値を θ 、このときの正しい水温を t とし、水の沸点での指示値を θ_b とすると、

$$\frac{t - \theta}{\theta - \theta_r} = \frac{100 - \theta_b}{\theta_b - \theta_r} \quad \dots (5)$$

であるから、

$$t = \theta + \frac{(100 - \theta_b) \cdot (\theta - \theta_r)}{\theta_b - \theta_r} \quad \dots (6)$$

となる。(6)式で t を計算して、実験結果記入用紙に記入する。さらに絶対温度 T は、

$$T = 273.15 + t \quad (\text{K: ケルビン})$$

となる。 $1/T$ を計算して結果記入用紙に記入する。

2. 銅線の抵抗のグラフによるデータ整理

まず、グラフ用紙(1)に示すように、温度 t に対して銅線の抵抗値 R_{Cu} を方眼紙にプロットする。グラフ上の測定点に最もフィットするように直線を引き、グラフの y 切片から R_0 を、傾き κ ($= R_0 \alpha$) から α を求める。 20°C のときの抵抗値 R_{20} を直線から読み取り、(1)式によって抵抗率 ρ_{20} を計算する。

3. サーミスターの抵抗によるデータ整理

この実験で使用しているサーミスターは小さなもので、形状も簡単に特定できないため、抵抗率は求めない。温度 t に対するサーミスターの抵抗値 R_s を方眼紙にプロットすると、グラフ用紙(2)のようになる。またグラフ用紙(3)に示すように $1/T$ に対する R_s を片対数グラフ用紙にプロットする。

$|R_s|$ 、 $|R(\infty)|$ を Ω の単位で表した抵抗 R_s 、 $R(\infty)$ の数値であるとすれば、(4)式は

$$\log |R_s| = \log |R(\infty)| + \frac{Q}{kT} \log e \quad \dots (8)$$

で表すことができる。ここで、 $\log$ は常用対数 $\log_{10}$ であり、 e は自然対数の底で表すことができる。グラフ上の測定点に最もフィットするように直線を引き、この直線の最小値 $(1/T_1, R_{s1})$ と最大値 $(1/T_2, R_{s2})$ をグラフから読み取る。これを(8)式に代入して連立方程式をつくり、 $|R(\infty)|$ と $|Q|$ の数値計

算を行う。結果として、 $R(\infty), Q$ は有効数字 4 桁で表し、単位を明記する。ただし、ボルツマン定数は $k=1.38658 \times 10^{-23} JK^{-1}$ である。

4. 銅線の抵抗の最小 2 乗法によるデータ整理

最確値の計算として以下の式を使う。

$$\overline{R_0} = \frac{\sum t_i^2 \sum R_i - \sum t_i \sum t_i R_i}{D} \quad \overline{\kappa} = \frac{n \sum t_i R_i - \sum t_i \sum R_i}{D} \quad D = n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2$$

この 3 つの式から $\overline{R_0}$ 、 κ を計算して、続いて $R_0 \equiv \overline{\alpha}$ より $\overline{\alpha}$ を求める。

この時以下の表を使った。

i	t_i	R_i	t_i^2	$t_i R_i$
1	20.70	13.706	428.4900	283.71420
2	30.87	14.207	952.9569	438.57009
3	36.06	14.455	1300.3236	521.24730
4	42.55	14.753	1810.5025	627.74015
5	50.22	15.186	2522.0484	762.64092
6	56.50	15.547	3192.2500	878.40550
7	63.87	15.920	4079.3769	1016.81040
8	70.79	16.310	5011.2241	1154.58490
9	78.58	16.671	6174.8164	1310.00718
10	83.80	17.022	7022.4400	1426.44360
11	91.34	17.387	8342.9956	1588.12858
12	100.00	17.931	10000.000	1793.10000
	$\sum t_i = 725.28$	$\sum R_i = 189.095$	$\sum t_i^2 = 50837.4244$	$\sum t_i R_i = 11801.3928$

6. 結果

上記で計算したデータを含む最終的な結果を、実験結果記入用紙として次のページに載せる。

7. 考察

(i) 実験結果による考察

今回の実験で、抵抗率の値は 1.75×10^{-8} であった。定数表の値は 1.72×10^{-8} である。そこまで差が無いところを見ると今回の実験は成功であったといえよう。ずれが少ないにもかかわらず、ずれの原因を探すのはナンセンスであるので、実験結果による考察はこれだけにして、以下の項目に力を注ぎたい。

(ii) 超伝導について

温度をどんどん下げていくと、突然電気抵抗がゼロになってしまう現象のことを超伝導現象という。この現象は、1911年にオランダのカメリン・オンネスによって、初めて発見された。銅などの電線には必ず抵抗があるが、それは中を流れる電子の動きが熱振動を行っている原子（結晶格子）に邪魔されるからだ。BCS（バーディーン・クーパー・シュリーファール）理論によると、超伝導状態では電子が2個ずつ対（クーパーペアという）になる。そしてすべてのクーパーペアが、いっせいにエネルギーの低い、一つのまとまった状態に落ち込んでいく。それぞれのクーパーペアは、ばらばらに動くのではなく、超伝導体全体に及ぶ巨大な相関関係を持つ。全体として整然と動くならば、散乱の影響は小さくなり、あたかもなんの邪魔もなかったように電子は流れるのだ。このことが電気抵抗をゼロにするメカニズムだ。

また、超伝導体の現象でマイスナー効果というものがある。マイスナー効果とは、超伝導体内に磁束が侵入しない現象のことである。これは、磁場中におかれた超伝導体ではその表面上でちょうど、磁束を打ち消すような方向に永久電流が流れ、その侵入長以上の内部には磁束が入らなくなっているからである。この現象は、電気抵抗ゼロの性質とは独立した現象で、超伝導体を特徴付けるもうひとつの現象でもある。

超伝導状態にすることは困難なことであるが、電気抵抗がゼロなので、たとえば送電線を髪の毛よりも細くすることができる。細い電線に莫大な電流を流せるので非常に強い電磁石が可能であり、変電用トランスを“手のひらサイズ”にするのも夢ではない

超伝導状態と常伝導状態の間にはエネルギーのギャップがあり、たとえば -196°C を超えると、熱運動エネルギーを吸収するためにこのギャップを超えて超伝導から常伝導に転移する。BCS理論でいえば、クーパーペアがこわれてしまうのだ。超伝導ー常伝導間のエネルギーギャップを広げる方法、つまりこのギャップの大きな材料をつくる方法がまだみつからないため常温で超伝導現象を起こすことは無理なのである。

超伝導の応用されているものをいくつか調べてみた。ひとつめとして、リニアモーターカーがある。これは、電気抵抗がゼロであることを利用したもので、電気抵抗がゼロであるコイルに電流を流すと、電流は永久に流れ続け、強力な磁場が発生する。この磁場を利用し、リニアモーターカーを浮かしている。また、超伝導電線というものがある。今の銅線だと発電所から家までの間にエネルギーのロスが50%もある。このため、エネルギーのロスがない、超伝導電線を利用する事により、エネルギーをより効率よく利用できる。さらに、超伝導電磁推進船がある。これは、マイスナー効果を利用したもので、巨大な磁場を有する地球の磁場を利用して、船を浮かせる。これにより、船は海面から受ける抵抗を約40%小さくすることができ、エネルギーの有効利用を達成することができる。

最後に、超伝導素子とはどういうものなのかを説明する。二つの超伝導物質の間に薄い絶縁物質層をはさむと、この絶縁層を電子が非常な高速で通過する。このとき流れる電流をトンネル電流と呼び、このような現象をジョセフソン効果という。トンネル電流は非常に応答が速いので、ジョセフソン効果を利用すると高速スイッチング素子をつくることができ、ジョセフソン素子とよばれている。このジョセフソン素子を利用して高速 CPU をつくることができるというわけだ。CPU といえば、我々電子情報工学科の特に専門とするところであり、超伝導はこれから身近に扱っていく(研究する)べき存在になるのであろう。