

微分積分 I 2006 年前期・学期末試験問題

学籍 番号		名 前		得 点	
----------	--	--------	--	--------	--

問 1. (A) 次の関数を微分せよ.

(i) $y = 3x^5 - 2x^3 + 4x + 1$

(ii) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

(iii) $y = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$

(iv) $y = x^x \ (x > 0)$

(v) $y = x^2 \log x$

(vi) $y = 2^{\sin x}$

(B) 不定積分を計算せよ.

(vii) $\int (2 \cos x + 3 \sin x) dx$

(viii) $\int \left(2x^3 - 5x + \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) dx$

(C) 定積分を計算せよ.

(ix) $\int_0^3 \frac{1}{9+x^2} dx$

(x) $\int_0^1 e^x dx$

問 2. 関数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ について、以下の問に答えよ.

(1) f の導関数を求めよ.

(2) 点 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の式を求めよ.

(3) f の増減および極値を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.

(4) 関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた領域の面積を求めよ.

問 3. マクローリンの定理を使って, e^x を (x の 4 次多項式) + (残項) の形の式で表せ. ただし, $x > 0$ とする.

問 4. 数列 $\{a_n \mid n = 1, 2, \dots\}$ を,

$$a_n = \frac{1^5 + 3^5 + 5^5 + \dots + (2n-1)^5}{n^6}$$

として定義する. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.