

平成 21 年度 生産工学科 力学演習 I

中間試験問題(2009/7/23 16:15-17:45 C201・C301 教室)

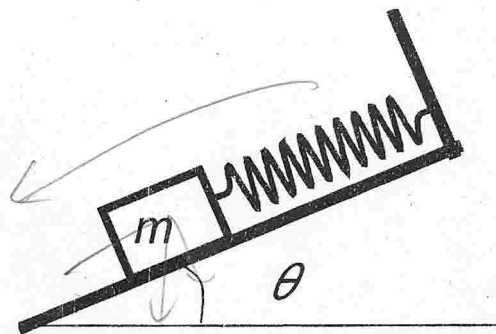
注意事項

- ① 持ち込み・電卓使用はなし
- ② 携帯電話の時計代わりの使用は厳禁。これを発見次第、直ちに不正(カンニング)とみなす。
- ③ 散逸防止のため、学籍番号と氏名は各解答用紙に記入する。解答用紙の綴じは外さないこと。
- ④ 試験開始 60 分以降退室可。答案は間違いなく自分のクラスの回収場所へ提出すること。

問 1

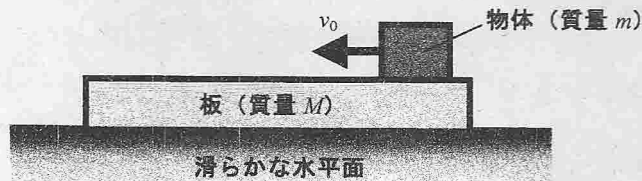
摩擦がない平らな面上で一端を固定したばね(ばね定数 k) の他端に質量 m の質点をつけた。以下の問いに答えよ。以下、変数 t は時刻を表すものとする。

- (1) 面の傾斜角度を $\theta = 0$ とする。質点をばねの自然長から a だけ引っ張り、その後時刻 $t = 0$ で静かに放した。この場合の質点の位置を時刻の関数として表す式を求めよ。また、運動の周期および最大速度を求めよ。
- (2) 面の傾斜角度を $\theta = 0$ とする。時刻 $t = 0$ にばねの自然長の位置で質点へ初速度 v_0 を与えた。この場合の質点の位置を時刻の関数として表す式を求めよ。また、運動の周期および振幅を求めよ。
- (3) 面が下図に示すように、水平面に対して $\theta (> 0)$ だけ傾斜している場合を考える。時刻 $t = 0$ に質点をばねの自然長の位置で静かに放した。この場合の質点の位置を時刻の関数として表す式を求めよ。また、この場合の運動の周期は、(1) および (2) の場合のそれと相等しいことを示せ。
- (4) (3) の場合の運動の最大速度および振幅を求めよ。



問 2

図に示すように、摩擦がない滑らかな水平面上に質量 M の板がのっており、その上に質量 m の物体がのっている。時間 $t=0$ において、物体に水平方向に撃力を加えて速度 v_0 を与えた。物体と板の間の摩擦係数を μ 、重力加速度を g とするとき、次の設問に答えよ。ただし、答には問題文中で使用されている記号のみを用い、速度は滑らかな水平面から見た速度とする。



- (1) 物体が板の上を滑っているとき、任意の時間 t における物体の速度と板の速度を、それぞれ求めよ。
- (2) 物体の板の上での滑りが止まるまでの時間を求めよ。なお、物体は、板の上で止まる前に板から落ちることはない。
- (3) 物体の板の上での滑りが止まったときの物体の速度を求めよ。
- (4) 物体の板の上での滑りが止まるまでに、物体が摩擦력에抗してした仕事を求めよ。
- (4) で求めた仕事の一部は板の運動エネルギーに変化したとすれば、残りは熱になったと考えられる。その熱の大きさを求めよ。

問 3

下の図1のように、質量 m の質点が原点に静止した質量 M の質点の周りを周回する運動を考える。以下、動径 r と方位角 θ は時刻 t の関数であると考えよ。

- (1) 質量 m の質点が下の図1のように力 $\mathbf{F}$ （ベクトル）がかかる場合を考える。この場合、質量 m の質点の動径方向（ r ）と方位角方向（ θ ）の運動方程式をそれぞれ示せ。
- (2) 力 $\mathbf{F}$ が質量 M の質点の存在する原点周りの中心力である場合、旋回する質量 m の質点の角運動量ベクトル $\mathbf{L}$ は時刻 t にどのように依存するか説明せよ。（式を示してその根拠も説明せよ。）
- (3) (2)で中心力（引力）の大きさが以下の式で与えられる場合、質量 m の質点の動径 r を方位角 θ の関数として表せ。（積分定数などの必要な定数は受験者各自の判断で十分な説明込みで解答に含めてよい。）

$$|\mathbf{F}| = \frac{GMm}{r^2} \quad (G \text{ は正の定数})$$

- (4) (3)で質量 m の質点が右下の図2に示すような楕円軌道上を周回する場合、質量 m の質点の面積速度（ $dS/dt = |\mathbf{L}|/2m$ ）を求めよ。

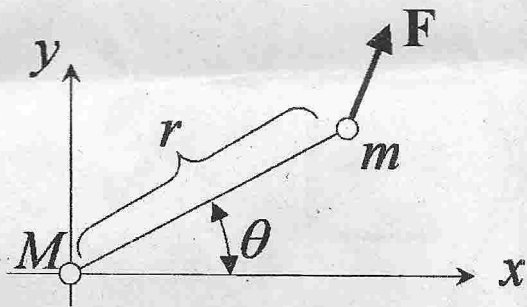


図 1

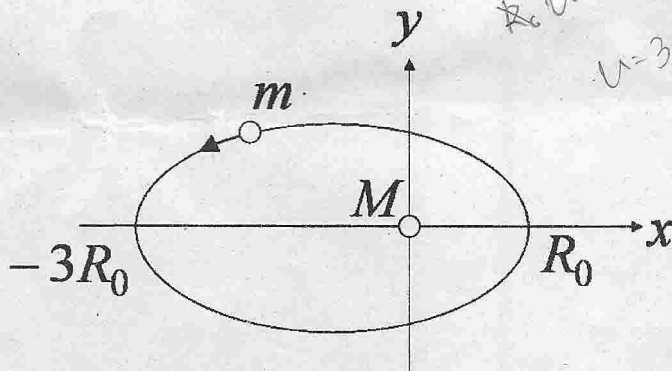


図 2

問 4

下の図(写真)に示すように、蛇口から鉛直下向きに一定密度 ρ の水が定常的に流下している。すなわち、流下の状態は時刻によらず一定であるとする^{*}。いま、鉛直下向きに z 座標軸を取り、蛇口の出口の高さの位置を $z=0$ とする。蛇口の出口 ($z=0$) での水の吐出速度を u_0 とする。また位置 z での流下水の断面は半径 $r(z)$ の円とし、断面内での流下速度は均一に $u(z)$ であるとする。さらに蛇口の出口での流下水の断面の半径は $r(0)=r_0$ であるとする。また重力加速度は g とする。以下、円周率としては π を用いよ。

- (1) 任意の位置 z で水の単位時間あたりの流下質量 F_{mass} はどれだけか。 ρ , r_0 , u_0 を用いて解答せよ。

^{*}(1) ヒント: すなわち、水の単位時間あたりの流下質量 F_{mass} は z によらないということである。

- (2) 水の各部分は重力により自由落下すると考えよ。位置 z での水の鉛直下向きの流下速度 $u(z)$ を求めよ。 $u(z)$ は u_0 を含んだ z の関数として解答せよ。
- (3) $r(z)$ を z の関数として与えよ。 $r(z)$ は r_0 , u_0 を含んだ z の関数として解答せよ。
- (4) 単位時間に位置 z の断面を通過する流下水の運動量 $M_{\text{down}}(z)$ を求めよ。 $M_{\text{down}}(z)$ は、 ρ , r_0 , u_0 を含んだ z の関数として与えられる。

$$F_{\text{mass}} = \pi r_0^2 \rho u_0$$

