(4) ① よって $v_1 = v_0 - 3v_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{gl}$

エネルギー保存則より

$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgl(1-\cos\phi)$

$\cos\phi = 1 - \frac{v_1^2}{2gl} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

5. 中心力による運動

[1]

(1) $F = m(\ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j})$

$= -m\omega_1^2 \cos\omega_1 t\, \boldsymbol{i} - m\omega_2^2 \sin\omega_2 t\, \boldsymbol{j}$

$F_x = -mx_0\omega_1^2 \cos\omega_1 t = -m\omega_1^2 x$

$F_y = -my_0\omega_2^2 \sin\omega_2 t = -m\omega_2^2 y$

$$\begin{cases} m\omega^2 \boldsymbol{r} = m(\omega_1^2 x\boldsymbol{i} + \omega_2^2 y\boldsymbol{j}) \\ \boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \end{cases}$$

から、$\omega^2 = \omega_1^2 = \omega_2^2$ のとき条件を満たす

$\therefore \omega = \omega_1 = \omega_2$ のとき中心力.

(2) $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$, $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$ より.

$U = \frac{m}{2}(\omega_1^2 x^2 + \omega_2^2 y^2)$

$= \frac{m}{2}(\omega_1^2 \underbrace{x_0^2 \cos^2\omega_1 t}_{x^2} + \omega_2^2 \underbrace{y_0^2 \sin^2\omega_2 t}_{y^2})$

(3) 運動エネルギーTとして.

$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$

$= \frac{m}{2}(\omega_1^2 x_0^2 \sin^2\omega_1 t + \omega_2^2 y_0^2 \cos^2\omega_2 t)$

$T + U = \frac{m}{2}\{\omega_1^2 x_0^2(\sin^2\omega_1 t + \cos^2\omega_1 t)$

$+ \omega_2^2 y_0^2(\sin^2\omega_2 t + \cos^2\omega_2 t)\}$

$= \frac{m}{2}(\omega_1^2 x_0^2 + \omega_2^2 y_0^2)$

(= 一定)

∴ エネルギーの合計は保存される.