

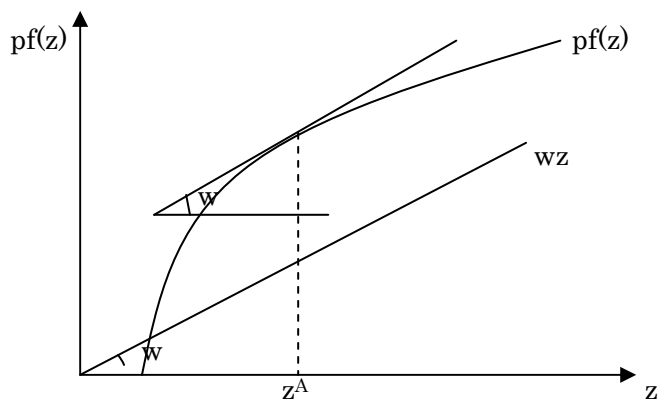
企業の利潤最大化（続き）

$$\text{Max} \pi(z) = pf(z) - wz$$

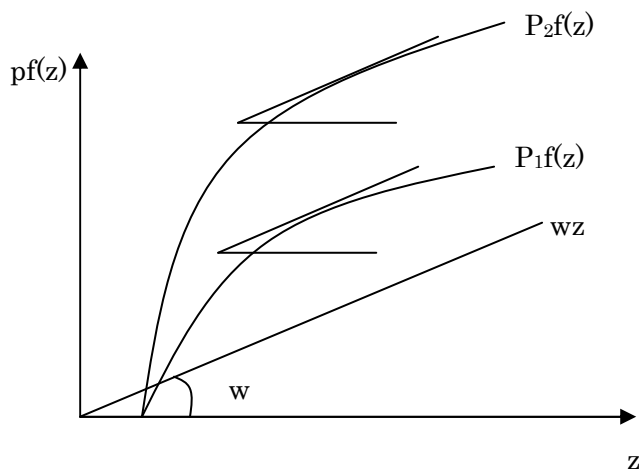
$$\frac{d\pi}{dz} = pf'(z) - w = 0 \rightarrow pf'(z) = w$$

$$\frac{d^2\pi}{dz^2} = pf''(z) < 0$$

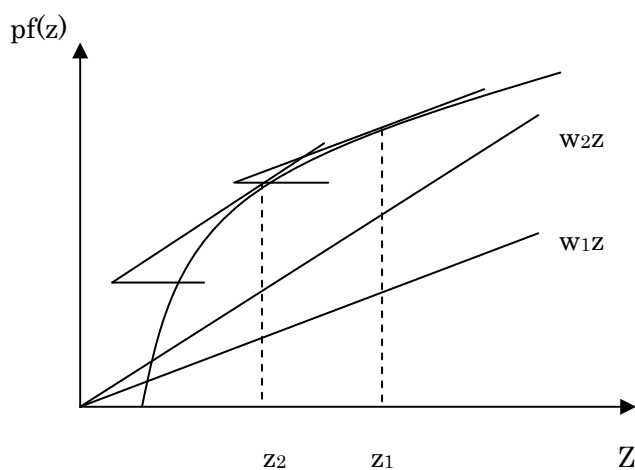
限界生産性価値と要素価格が一致する点で利潤最大化



この時、財価格 p と要素価格 z の変化を考えてみる



P の上昇は生産要素投入量を増加させる



W の上昇は z を下落させる

$$\frac{d\pi}{dz} = pf'(z) - w = 0 \quad \text{さらに全微分}$$

$$f'(z)dp + pf''(z)dz - dw = 0$$

$$dz = -\frac{f'(z)}{pf''(z)}dp + \frac{1}{pf''(z)}dw$$

もし要素価格が変化しないで ($dw=0$) P のみが変わったとすれば

$$\left. \frac{dz}{dp} \right|_{dw=0} = -\frac{f'(z)^+}{pf''(z)^-} > 0 \quad P \uparrow \rightarrow z \uparrow$$

もし、w のみが変わったとすれば ($dp=0$)

$$\left. \frac{dz}{dw} \right|_{dp=0} = \frac{1}{pf''(z)^-} < 0 \quad w \uparrow \rightarrow z \downarrow$$

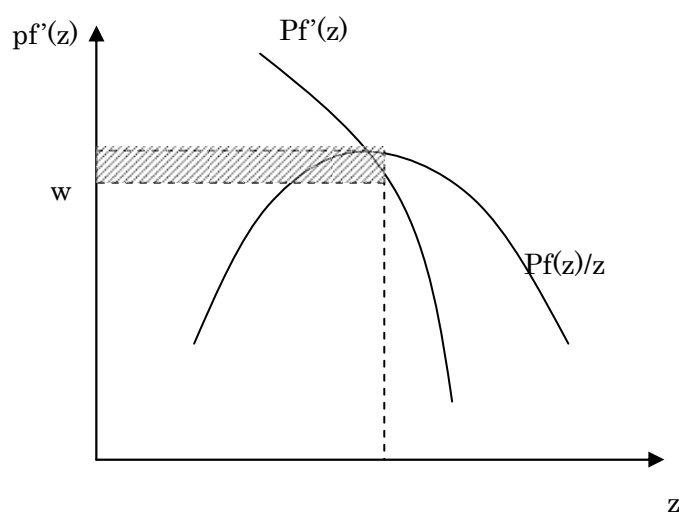
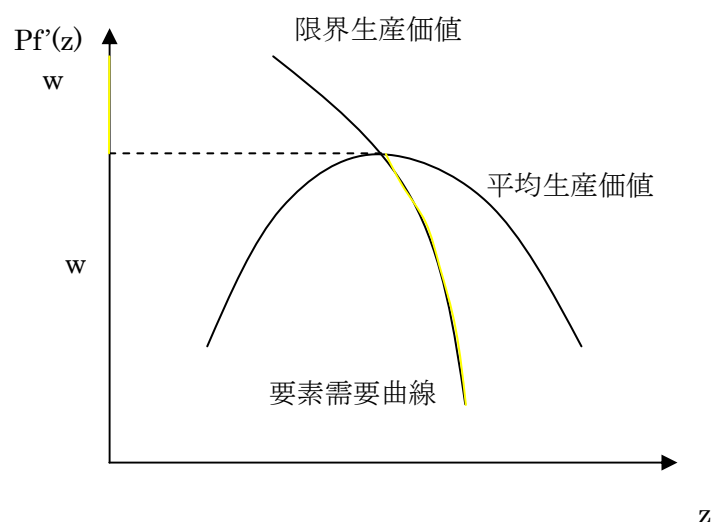
限界生産性価値と要素価格の関係をさらに確認する。

$$pf'(z) = \frac{pf(z)}{dz} : \text{限界生産性価値}$$

$$\frac{pf(z)}{z} : \text{平均生産性価値}$$

$$w = \frac{dwz}{dz} : \text{限界要素支出}$$

$$w = \frac{wz}{z} : \text{平均要素支出}$$



個の企業の収入は

$$pf(z) = \frac{pf(z)}{z} \times z = \text{平均生産性価値} \times \text{要素投入}$$

$$\text{費用} = wz = pf'(z) \times z = \text{限界生産性価値} \times \text{要素投入}$$

アウトプットとインプットの関係を見てみる

$$\begin{aligned}
 P &= MC(q) \\
 &= \frac{dc(q)}{dq} \\
 &= \frac{dwz}{dq} \\
 &= w \cdot \frac{dz}{dq} \quad (w \text{が一定なら}) \\
 &= w \cdot \left(\frac{dz}{df(z)} \right) \\
 &= w \cdot \left(\frac{1}{\frac{df(z)}{dz}} \right) \\
 &= w \cdot \frac{1}{\text{限界生産性}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{w}{p} = \text{限界生産性} \quad MP(z)$$

生産要素、1生産物で考えてきたが、ここからは1生産要素、2生産物を考える。
この時の企業の利潤最大化問題は

$$Max \pi(z) = P_1 f_1(z) + P_2 f_2(z) - w(z_1 + z_2)$$

$$\text{s.t.} \quad z_1 + z_2 = T \quad (\text{定数})$$

P_i : 第i財の価格

z_i : 第i財の生産への要素投入量

f_i : 第i財の生産関数

T : 総要素投入量

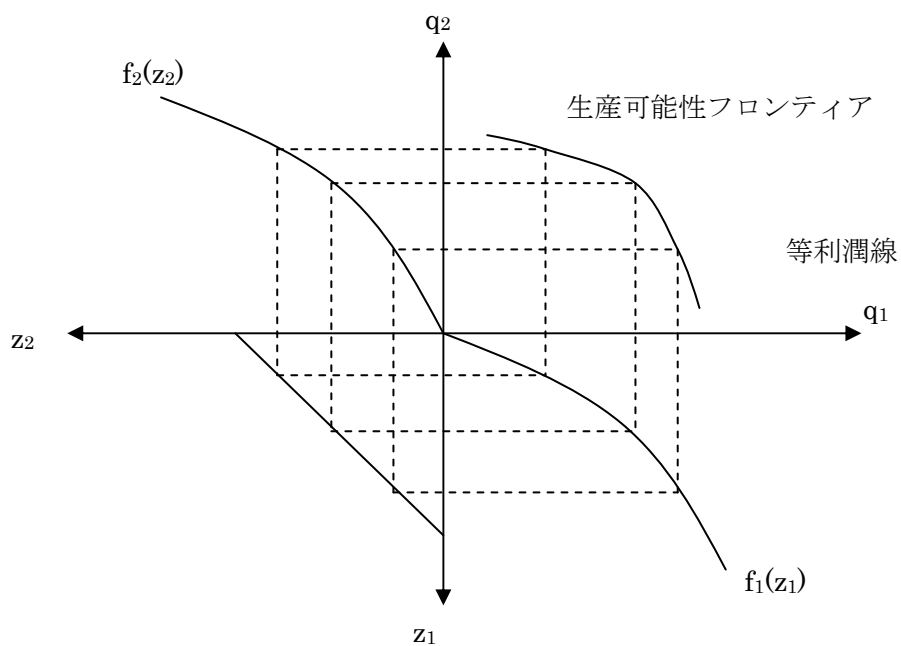
$$\pi(z) = P_1 f_1(z_1) + P_2 f_2(z_2) - wT$$

$$\frac{d\pi}{dz_1} = P_1 f_1'(z_1) + P_2 f_2'(T - z_1) = 0 \rightarrow P_1 f_1'(z_1) = P_2 f_2'(z_2)$$

$$\frac{d^2\pi}{dz_1^2} = P_1 f_1''(z_1) + P_2 f_2''(T - z_1) < 0 \quad \frac{f_2'(z_2)}{f_1'(z_1)} = \frac{P_1}{P_2}$$

限界生産性の比率と財価格比率
(の逆数) の均等

限界変形率 (転形)



生産可能性フロンティア：生産要素の総量が一定の時に生産可能な各財の生産量の組合せ

等利潤線：フロンティアの接線の傾き（の絶対値） $-\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f'_2(z_2)}{f'_1(z_1)}$ が MRT

また、企業の利潤は

$$\begin{aligned}\pi &= P_1 f_1(z_1) + P_2 f_2(z_2) - wT \\ &= P_1 q_1 + P_2 q_2 - wT \quad \text{なので}\end{aligned}$$

$$\left. \frac{dq_2}{dq_1} \right|_{d\pi=0} = -\frac{P_1}{P_2}$$

より、等利潤関係を $-\frac{P_1}{P_2}$ の直線としてかける

等利潤線をもたらす財の組合せ