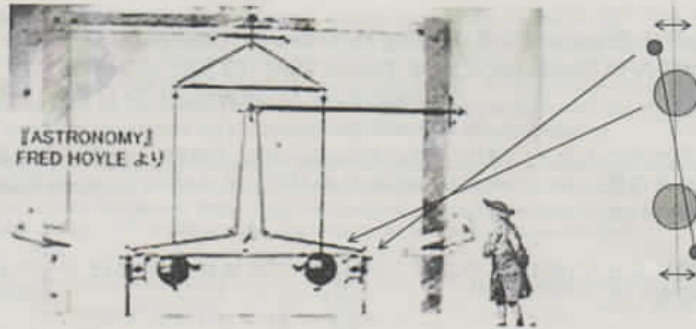


2.2 基礎物理定数の測定

万有引力定数 $G = 6.6742(10) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ 精度 1.5×10^{-4}

キャベンディッシュの実験

ねじり天秤の振動による測定



Henry Cavendish, Experiments to Determine the Density of the Earth, Phil. Trans. R. Soc. Lond. January 1, 88:469-526 (1798).

リュードベリ定数 $R_\infty = m_e e^4 / 8ch^3 \epsilon_0 = 10973731.568525(73) \text{ m}^{-1}$ 精度 6.6×10^{-12}

陽子-電子質量比 $m_p/m_e = 1836.15267261(85)$ 精度 4.6×10^{-10}

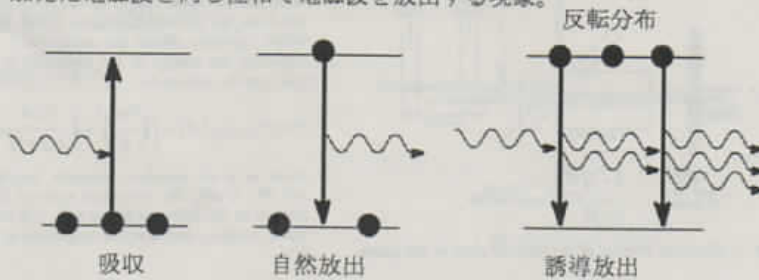
レーザーについて

反転分布：

熱平衡にあれば、より多くの原子（分子）が、よりエネルギーの低い状態に分布する。エネルギーの低い状態に比べて、エネルギーの高い状態にある原子（分子）数が多くなることを、反転分布と呼ぶ。

誘導放出（stimulated emission）：

エネルギーの高い状態にある原子（分子）がエネルギーの低い状態へと遷移する際に、両者のエネルギー差に相当する電磁波を加えると、加えた電磁波と同じ位相で電磁波を放出する現象。



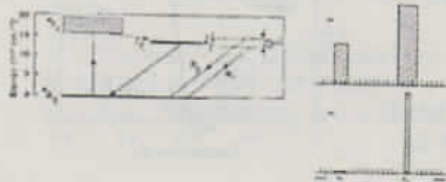
LASERの発明

Stimulated optical radiation in ruby

Schawlow and Townes have proposed a technique for the generation of very monochromatic radiation in the infra-red optical region of the spectrum using an alkali vapour as the active medium. Javan² and Sanders³ have discussed proposals involving electron-excited gaseous systems. In this laboratory an optical pumping technique has been successfully applied to a fluorescent solid resulting in the attainment of negative temperatures and stimulated optical emission at a wave-length of 6943 Å; the active material used was ruby (chromium in corundum).

A simplified energy-level diagram for triply ionized chromium in this crystal is shown in Fig. 1. When this material is irradiated with energy at a wave-length of about 5500 Å, chromium ions are excited to the 4F_2 state and then quickly lose some of their excitation energy through non-radiative transitions to the 2E state⁴. This state then slowly decays by spontaneously emitting a sharp doublet the components of which at 300° K. are at 6943 Å. and 6929 Å. (Fig. 2a). Under very intense excitation the population of this metastable state (2E) can become greater than that of the ground-state; this is the condition for negative temperatures and consequently amplification via stimulated emission.

To demonstrate the above effect a ruby crystal of 1-cm. dimensions coated on two parallel faces with silver was irradiated by a high-power flash lamp; the emission spectrum obtained under these conditions is shown in Fig. 2b. These results can be explained on the basis that negative temperatures were produced and regenerative amplification ensued. I expect, in principle, a considerably greater ($\sim 10^8$) reduction in line width when mode selection techniques are used⁵.



T. H. Maiman, Nature 187, 493-494 (1960).

安定化したレーザーの周波数と波長の精密測定

周波数 f 原子時計との比較

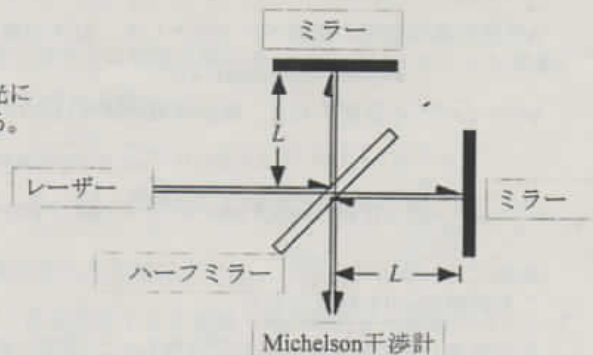
波長 λ 干渉を用いて精密計測

$c = f\lambda$ から光速を決定することができる

フーリエ変換型分光器に最もよく用いられる干渉計は、Michelson干渉計である。光源からの光をレンズで平行光とした後、ビームスプリッターにより2分して、一方を固定鏡、他方を可動鏡で反射させた後、再び重ね合わせて検出器に導く。可動鏡を光軸にそって掃引しながら、検出器上の光の強度を記録すると干渉波形が得られる。

可動鏡の位置はレーザー光によって精度よく校正できる。

赤外領域で有利。



MASER, LASERの発明:

チャールズ・タウンズ (Charles Townes) は、1954年、アンモニアの2準位間の誘導放出によって24GHzのマイクロ波を増幅し、MASERの発明に成功した。これとは独立に、1954年にソビエト連邦のニコライ・バソフ (Nikolay Basov) と、アレクサンドル・プロコロフ (Aleksandr Prokhorov) は、誘導放出の増幅に関する研究を発表し、3準位系による連続発振に成功した。

J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes, Phys. Rev. 99, 1264 (1955)
 N. G. Basov and A. M. Prokhorov, J. Exptl. Theoret Phys. U.S.S.R. 28, 249 (1955)
 [translation: Soviet Phys. JETP 1, 184 (1955)].

タウンズとアーサー・ショーロー (Arthur Schawlow) は、1958年レーザーの基礎理論を発表した。その後、レーザーは1960年にセオドア・メイマン (Theodore Maiman) によって実現された。

これらの業績によって1964年タウンズ、バソフ、プロコロフの3名はノーベル物理学賞を受賞した。

A. L. Schawlow and C. H. Townes, Phys. Rev. 112, 1264 (1958)
 T. H. Maiman, Nature 187, 493 (1960)

The Maser—New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer†

J. P. GORDON, H. J. ZEIGER, and C. H. TOWNES
 Columbia University, New York, New York
 (Received May 4, 1955)

A type of device is described which can be used as a microwave amplifier, spectrometer, or oscillator. Experimental results are given. When operated as a spectrometer, the device has good sensitivity, and, by eliminating the usual Doppler broadening, a resolution of 7 kc/sec has been achieved. Operated as an oscillator, the device produced a frequency stable to at least 4 parts in 10^9 in times of the order of a second, and stable over periods of an hour or more to at least a part in 10^8 . The device is examined theoretically, and results are given for the expected sensitivity of the spectrometer, the stability and purity of the oscillation, and the noise figure of the amplifier. Under certain conditions a noise figure approaching the theoretical limit of unity, along with reasonably high gain, should be attainable.

反転分布したアンモニア分子

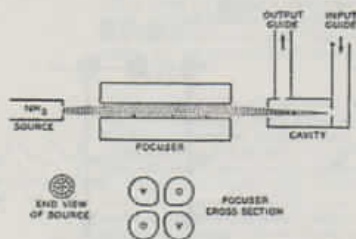


FIG. 1. Simplified diagram of the essential parts of the maser.

energy quadrupole levels are focused considerably more strongly than the lower energy ones. The further slight splitting of the various quadrupole states by the magnetic hyperfine interactions of the hydrogen nuclei has little effect since the molecules make many transitions between these closely spaced levels as they enter and leave the focuser. In regions of high field strength where hyperfine effects are unimportant and can be neglected the energy of the molecules in an electric field may be written as

$$W = W_{\text{rotation}}(J, K) \pm \left[\left(\frac{\hbar \nu_0}{2} \right)^2 + \left(\frac{M_J K}{J(J+1)} \mu \mathcal{E} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1)$$

where ν_0 is the zero-field inversion frequency, J , K , and M_J specify the rotational state of the molecule relative to the direction of the field, μ is the molecular dipole moment, and \mathcal{E} is the magnitude of the electric field.

磁束量子 $\phi_0 = h/2e = 2.06783372(18) \times 10^{-15} \text{ Wb}$ 精度 8.5×10^{-8}
 ジョセフソン定数 $K_J = 2e/h = 483597.879(41) \times 10^9 \text{ Hz} \cdot \text{V}^{-1}$ 精度 8.5×10^{-8}

超伝導について

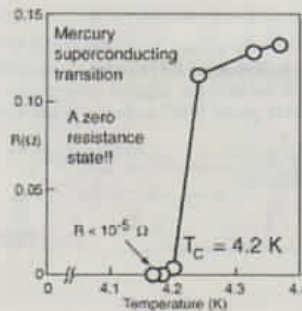
1911年、ヘイケ・カメリンオネス (Heike Kamerlingh Onnes) によって、水銀を液体ヘリウムで冷却していくと温度4.2Kで突然電気抵抗がほぼゼロになることが発見された。カメリンオネスはこれを新しい状態への相転移と考え、電気抵抗ゼロの状態を超伝導と呼んだ。

超伝導状態の特徴

1. 電気抵抗がゼロ
2. 完全反磁性 (マイスナー効果)
3. 磁束の量子化

超伝導の閉回路を貫く磁束は $h/2e$ の整数倍となる。

4. ジョセフソン効果
 2つの超伝導体を絶縁体で隔てたとき、
 2つの超伝導体の位相差に依存する
 ジョセフソン電流が流れる。



ギンツブルグ (Ginzburg)-ランダウ (Landau) 理論

秩序パラメーターを複素数のマクロな波動関数として、自由エネルギーを以下のように仮定する。 $N_s(r) = |\psi(r)|^2$ は超伝導密度に相当する。

$$F_s = F_n + \alpha |\psi(r)|^2 + \beta |\psi(r)|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A})\psi(r)|^2 + \frac{|\mathbf{H}(r)|^2}{2\mu_0}$$

自由エネルギーを最小にするマクロな波動関数は、以下の方程式を満たす。

$$\alpha\psi(r) + 2\beta|\psi(r)|^2\psi(r) + \frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}(r))^2\psi(r) = 0$$

\mathbf{n} を超伝導体表面の法線ベクトルとして、以下の境界条件を満たす。

$$\mathbf{n} \cdot (-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}(r))\psi(r) = 0$$

$\psi(r) = \sqrt{\rho(r)} e^{i\theta(r)}$ と仮定すると、超伝導電流密度は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s &= \frac{2e}{m} \psi(r)^* (-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}(r))\psi(r) + \frac{2e}{m} \psi(r) (-i\hbar\nabla + 2e\mathbf{A}(r))\psi(r)^* \\ &= \frac{i\hbar}{m} (\psi(r)^* \nabla \psi(r) - \psi(r) \nabla \psi(r)^*) - \frac{4e^2}{m} \mathbf{A}(r) \psi(r)^* \psi(r) \\ &= \frac{2e\hbar}{m} (\hbar\nabla\theta(r) - 2e\mathbf{A}(r)) \end{aligned}$$

この両辺のcurlを計算すると

$$\nabla \times \mathbf{J}_s = -\frac{4e^2 \rho}{m} \nabla \times \mathbf{A}(r) = -\frac{4e^2 \rho}{m} \mathbf{H}(r) = -\frac{\mathbf{H}(r)}{\lambda^2}$$

さらに、マクスウェルの方程式を用いると

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{H}(r)) = \nabla \times \mathbf{J}_s = -\frac{\partial \mathbf{H}(r)}{\partial t} \quad \text{より} \quad \nabla^2 \mathbf{H}(r) = \frac{\partial \mathbf{H}(r)}{\partial t}$$

$z > 0$ に超伝導体、 $z < 0$ に一樣な磁場 \mathbf{H}_0 がある場合、超伝導体の内部では

$$\mathbf{H}(r) = \mathbf{H}_0 e^{-\frac{z}{\lambda}}$$

となり、超伝導体の内部には λ 以上に侵入できない。(完全反磁性)

超伝導体がリングになっている場合、リングに沿って超伝導電流密度積分すると

$$\oint \mathbf{J}_s \cdot d\mathbf{r} = \frac{2e^2 \rho}{m} (\hbar \oint \nabla \gamma(r) \cdot d\mathbf{r} - 2e \oint \mathbf{A}(r) \cdot d\mathbf{r}) \quad \text{より} \quad \oint \frac{m}{4e^2 \rho} \mathbf{J}_s \cdot d\mathbf{r} + \oint \mathbf{A}(r) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{2e} \oint \nabla \gamma(r) \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{2e} n$$

$$\oint \frac{m}{4e^2 \rho} \mathbf{J}_s \cdot d\mathbf{r} + \iint \mathbf{H}(r) \cdot d\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2e} n \quad n \text{は整数}$$

リングの十分内部には電流は流れないので、第1項はゼロとなる。

第2項はリングを貫く磁束に等しい。

以上から、超伝導体のリングを貫く磁束が量子化される。

ジョセフソン電流

2つの超伝導体が厚さ d の絶縁体で隔てられている場合、両端のマクロな波動関数を以下のように仮定する

$$\psi_1 = \sqrt{\rho} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_1)} \quad \psi_2 = \sqrt{\rho} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_2)}$$

絶縁体領域でのマクロな波動関数はトンネル効果によって以下ようになる。

$$\psi(z) = \psi_1 e^{-\frac{z}{a}} + \psi_2 e^{\frac{z-a}{a}}$$

$$\mathbf{J}_z = \frac{e\hbar}{im} (\psi(z)^* \nabla \psi(z) - \psi(z) \nabla \psi(z)^*) = \frac{2e\hbar}{m} \left(\frac{1}{a} e^{-\frac{z}{a}} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_1)} - \frac{1}{a} e^{\frac{z-a}{a}} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_2)} \right) = \frac{2e\hbar}{ma} e^{-\frac{z}{a}} \sin(\gamma_2 - \gamma_1)$$

両端の超伝導体の位相差に依存する電流が流れる。(直流ジョセフソン効果)

2つの超伝導体に電位差 V がある場合、

$$\psi_1 = \sqrt{\rho} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_1)} \quad \psi_2 = \sqrt{\rho} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_2 + \frac{2eV}{\hbar} + \gamma_2)} \quad \psi(z) = \psi_1 e^{-\frac{z}{a}} + \psi_2 e^{\frac{z-a}{a}}$$

$$\mathbf{J}_z = \frac{e\hbar}{im} (\psi(z)^* \nabla \psi(z) - \psi(z) \nabla \psi(z)^*) = \frac{2e\hbar}{m} \left(\frac{1}{a} e^{-\frac{z}{a}} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_1)} - \frac{1}{a} e^{\frac{z-a}{a}} e^{i(\frac{E}{\hbar} + \gamma_2 + \frac{2eV}{\hbar} + \gamma_2)} \right) = \frac{2e\hbar}{ma} e^{-\frac{z}{a}} \sin\left(\frac{2eV}{\hbar} t + \gamma_2 - \gamma_1\right)$$

電位差に比例する周波数を持つ交流電流が発生。(交流ジョセフソン効果)

ジョセフソン素子にマイクロ波を照射すると電流-電圧特性に不連続なステップが誘起される。このとき n 番目のステップの電圧はジョセフソン電圧と呼ばれ $U_J = n\phi_0 / (2e/h)$ で表される。これが電圧の標準として使用される。

コンダクタンス量子 $G_0 = 2e^2/h = 7.748091733(26) \times 10^{-5} \text{ S}$ 精度 3.3×10^{-9}
 フォン・クリッツィング定数 $R_K = h/e^2 = 25812.807449(86) \Omega$ 精度 3.3×10^{-9}
 微細構造定数 $\alpha = e^2/hc4\pi\epsilon_0 = 7.297352568(24) \times 10^{-3}$ 精度 3.3×10^{-9}
 その逆数 $\alpha^{-1} = hc4\pi\epsilon_0/e^2 = 37.03599911(46)$ 精度 3.3×10^{-9}

量子ホール効果について

固体中の電流が磁場からローレンツ力を受けることによって磁場と電流に垂直な方向にホール起電力が発生する（ホール効果）。

1980年、クラウス・フォン・クリッツィング(Klaus von Klitzing)は、半導体のヘテロ接合で実現される2次元電子系に対し、1K程度の低温で強磁場 (>10T) を印加すると、ホール伝導率が e^2/h の整数倍になることを発見し（整数量子ホール効果）、1985年のノーベル物理学賞を受賞した。 e は電子の素電荷、 h はプランク定数であり、電気抵抗標準を求めたり、逆に微細構造定数の決定に使われる。（ $h/e^2 = 25812.807449(86) \Omega$ ）

K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980)

New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance

K. v. Klitzing

Physikalisches Institut der Universität Würzburg, D-8700 Würzburg, Federal Republic of Germany, and
 Hochfeld-Magnetlabor des Max-Planck-Instituts für Festkörperforschung, F-38043 Grenoble, France

In this paper we report a new, potentially high-accuracy method for determining the fine-structure constant, α . The new approach is based on the fact that the degenerate electron gas in the inversion layer of a MOSFET (metal-oxide-semiconductor field-effect transistor) is fully quantized when the transistor is operated at helium temperatures and in a strong magnetic field of order 15 T.¹ The inset in Fig. 1 shows a schematic diagram of a typical MOSFET device used in this work. The electric field perpendicular to the surface (gate field) produces subbands for the motion normal to the semiconductor-oxide interface, and the magnetic field produces Landau quantization of motion parallel to the interface. The density of states $D(E)$ consists of broadened δ functions²; minimal overlap is achieved if the magnetic field is sufficiently high. The number of states, N_L , within each Landau level is given by

$$N_L = eB\Omega, \quad (1)$$

where we exclude the spin and valley degeneracies. If the density of states at the Fermi energy, $N(E_F)$, is zero, an inversion layer carrier cannot be scattered, and the center of the cyclotron orbit drifts in the direction perpendicular to the electric and magnetic field. If $N(E_F)$ is finite but small, an arbitrarily small rate of scattering cannot occur and localization produced by the long lifetime is the same as a zero scattering rate, i.e., the same absence of current-carrying states occurs.³ Thus, when the Fermi level is between

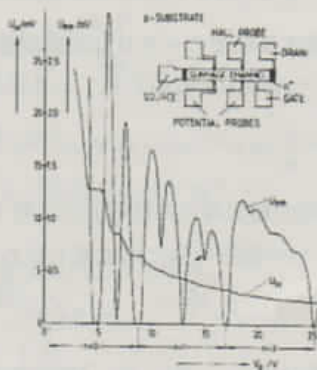


FIG. 1. Recordings of the Hall voltage U_H and the voltage drop between the potential probes, U_D , as a function of the gate voltage V_g at $T = 1.2 \text{ K}$. The constant magnetic field B is 15 T and the source-drain current, I , is 1 μA . The inset shows a top view of the device with a length of $L = 200 \mu\text{m}$, a width of $W = 50 \mu\text{m}$, and a distance between the potential probes of $L_{pp} = 120 \mu\text{m}$.