

# 規格化

## 1. 導入

物理量は、様々な単位系で計量されるが、これらの測定値や物理定数は一般に非常に幅広い値をもつ。これらの値がそのままコンピュータ上で計算に用いられると、大きな数値的誤差(丸め誤差や桁落ち等)を伴うことになる。そこで、使用する物理量を規格化することにより、計算精度や処理能力の向上を期待することができる。

SI系やMKS系などの単位系を用いるにせよ、次の規格化規則を用いることによって、すべての物理量を規格化することができる。規格化とは、相似の原理を用いた完全に数学的な手法であり、物理的な意味はない。

$$\hat{r} = \frac{\omega_L}{c} \mathbf{r} \quad (1)$$

$$\hat{m} = \frac{m}{m_e} \quad (2)$$

$$\hat{t} = \omega_L t \quad (3)$$

$$\hat{q} = \frac{q}{e} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}$  は位置、 $m$  が質量、 $t$  が時間、 $q$  が電荷量である。本研究では、規格化定数にレーザー周波数 $\omega_L$ 、電子質量 $m_e$ 、電荷素量 $e$ を採用した。必ずしもこれらの定数を用いる必要はなく、レーザーを用いない場合は、プラズマ周波数 $\omega_p$ がよく用いられる。( ) は規格化された値を示しており、計算機上ではこの値が用いられる。

これらの規格化定数の単位系は、元の単位系に依存する。例えば、元の単位系がSI系ならば、電子質量 $m_e(\text{g})$ となり、MKS系ならば、 $m_e(\text{kg})$ となる。

## 2. 各物理量の規格化規則

次に本研究で用いた規格化規則を挙げる。

$$\hat{v} = \frac{v}{c} \quad (5)$$

$$\hat{E} = \frac{e}{m_e \omega_L c} E \quad (6)$$

$$\hat{B} = \frac{e}{m_e \omega_L} B \quad (7)$$

$$\hat{J} = \frac{1}{n_p} \sum_j^{n_p} \hat{e}_j \hat{v}_j \quad (8)$$

$c$  は光速、 $n_p$  は超粒子数である。レーザー強度の規格化規則は、

$$\hat{E}_o = \sqrt{2\hat{\eta}\hat{I}} \quad (9)$$

$$\hat{\eta}\hat{I} = \left( \frac{e}{m_e \omega_L c} \right)^2 \eta I \quad (10)$$

ここで、 $E_o$  はレーザー強度の振幅、 $\eta$  は抵抗、 $I$  はレーザー強度をそれぞれ表している。真空中の抵抗は $\eta = 377$ であり $\hat{\eta} = 1$ である。

次に短パルスレーザーの照射ステップ数 $llt$ は、レーザーの式より $\sin^2(t/\hat{\tau})$ の $t/\hat{\tau} = \pi$ となれば良いから

$$llt = \frac{\pi \times \hat{\tau}}{dt} \quad (11)$$

となる。ここで $llt$ は計算機上のステップ数(整数)である。 $\hat{\tau}$ は規格化されたパルス幅である。 $dt$ は時間の刻み幅である。

## 3. 変換方法

ここでは、具体的に例を挙げ規格化を行っていく。単位系はMKS系を採用する。規格化定数は

Tab. 1 MKS系規格化定数

光速 $c$ (m/s)	$2.99792458 \times 10^8$
電子質量 $m_e$ (kg)	$9.1093897 \times 10^{31}$
電荷素量 $e$ (C)	$1.60217733 \times 10^{19}$
Laser 波長 $\lambda_L$ (m)	$1.06 \times 10^{-6}$
Laser 周波数 $\omega_L$ (rad/s)	$1.77702978 \times 10^{15}$

### (1) パルス幅

パルス幅が 40fs である場合

$$\hat{\tau} = \tau \times \omega_L \quad (12)$$

$$= 40 \times 10^{-15} \times 1.77702978 \times 10^{15} \quad (13)$$

$$= 71.08119124 \quad (14)$$

## (2) レーザー径

レーザー径が  $10\mu\text{m}$  の場合

$$\hat{w} = w \times \frac{\omega L}{c} \quad (15)$$

$$= 10 \times 10^{-6} \times \frac{1.77702978 \times 10^{15}}{2.99792458 \times 10^8} \quad (16)$$

$$= 59.27533307 \quad (17)$$

## (3) 初期温度 $T_e$

電子の熱速度を以下のように定義する。本研究では、一貫して以下の式を熱速度として用いる。

$$v_e^{th2} = \frac{k_B T_e}{m_e} \quad (18)$$

初期電子温度  $T_e$  を各方向  $T_{ex}, T_{ey}, T_{ez}$  にそれぞれ  $1\text{keV}$  とする場合

$$v_{e_x}^{th} = \sqrt{\frac{1.380658 \times 10^{-23} \times 11600 \times 1000}{9.1093897 \times 10^{31}}} \quad (19)$$

$$= 13259508.03 \quad (20)$$

$$v_{e_x}^{\hat{th}} = \frac{v_{e_x}^{th}}{c} \quad (21)$$

$$= \frac{13259508.03}{2.99792458 \times 10^8} \quad (22)$$

$$= 0.04422895799 \quad (23)$$

各方向ごとにパラメータを指定しない場合は、

$$T_{er} = T_{ex} + T_{ey} + T_{ez} \quad (24)$$

$$= 3 [\text{keV}] \quad (25)$$

として規格化すれば良い。

## (4) 初期温度 $T_i$

イオンの熱速度は

$$v_i^{th2} = \frac{k_B T_i}{M} \quad (26)$$

$T_e$  と同様に各方向に  $0.8\text{keV}$  とすると

$$v_{i_x}^{th} = \sqrt{\frac{1.380658 \times 10^{-23} \times 11600 \times 800}{1837 \times 9.1093897 \times 10^{31}}} \quad (27)$$

$$= 276705.5219 \quad (28)$$

$$v_{i_x}^{\hat{th}} = \frac{v_{i_x}^{th}}{c} \quad (29)$$

$$= \frac{276705.5219}{2.99792458 \times 10^8} \quad (30)$$

$$= 0.0009229902706 \quad (31)$$

## 4. 参考値

次にパラメータ設定に便利な各物理量の規格化された値を挙げる。規格化されているため、用いる単位系に依らない。規格化定数には、Tab.1を用いている。

レーザー強度  $I_0$  が 10 倍ずつ増えているのに対して、レーザー強度振幅  $\hat{E}_0$  は、 $\sqrt{10}$  増えている。llt の単位は計算機上の処理回数 (ステップ) を意味するも

ので、その処理回数までは、レーザーを照射し続ける。距離は、一番よく変更するパラメータの1つである。規格化された  $1\mu\text{m}$  をプログラム上で定数として定義すると便利である。

Tab. 2 レーザー強度の規格化

レーザー強度 $I_0$	$\hat{E}_0$
$10^{18} (\text{W}/\text{cm}^2)$	0.9065495881
$10^{19} (\text{W}/\text{cm}^2)$	2.866765509
$10^{20} (\text{W}/\text{cm}^2)$	9.065495881

Tab. 3 レーザー照射ステップ ( $dt = 0.1$ )

パルス幅	$\hat{r}$	llt
30fs	53.3108934	1675
40fs	71.0811912	2233
50fs	88.8514890	2791

Tab. 4 距離

$r$	$\hat{r}$
$1\mu\text{m}$	5.927533309
$2\mu\text{m}$	11.85506662
$3\mu\text{m}$	17.78259993
$4\mu\text{m}$	23.71013324
$5\mu\text{m}$	29.63766655
$6\mu\text{m}$	35.56519985
$7\mu\text{m}$	41.49273316
$8\mu\text{m}$	47.42026647
$9\mu\text{m}$	53.34779978
$10\mu\text{m}$	59.27533309