

## 線形代数学 第二 U 組 (6 類) 期末試験問題

担当：黒川

2011 年 2 月 2 日 (水) 9:00 – 10:30

1  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  とする.

- (1)  $A$  の特性多項式  $\Phi_A(x) = \det(xE_3 - A)$  を求めよ.
- (2)  $A$  の特性根 (固有値) を求めよ.
- (3) 実数  $x, y, z$  が  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  を満たして動くとき  $x^2 + 4yz$  の最大値と最小値を求めよ.
- (4) (3) において最大値と最小値を与える  $x, y, z$  を求めよ.

2  $c$  を実数とする. 実数  $x, y, z$  が  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  をみたして動くとき  $xy + yz + czx$  の最大値が 2, 最小値が  $-\frac{7}{4}$  であるという.

- (1) 2 次形式  $xy + yz + czx$  に対応する実対称行列は何か.
- (2)  $c$  を求めよ.

3  $A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$  とする.

- (1) 特性多項式  $\Phi_A(x) = \det(xE_4 - A)$  を求めよ.
- (2)  $A$  の特性根 (固有値) を求めよ.
- (3) 実数  $x_1, x_2, x_3, x_4$  が  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1$  をみたして動くとき  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4$  の最大値と最小値を求めよ.

4 複素数  $a, b, c$  に対して  $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$  とおく.

- (1) 特性多項式  $\Phi_A(x)$  を計算し,  $\Phi_A(x) = 0$  が重根を持つ場合を求めよ.
- (2)  $A$  が対角化不可能となる  $a, b, c$  の組をすべて求めよ.