東京工業大学 1995 年 (前期)数学 「150分・250点」 page1/2

② 東京工業大学 / 東京工業大学に合格するためのスレ @ 2 ちゃんねる 大学受験板

免責:0.3 BWCElEJ312 (yokoyama.s.ab@m.titech.ac.jp)

1 [数列の極限、整数に関する論証] (60/250)

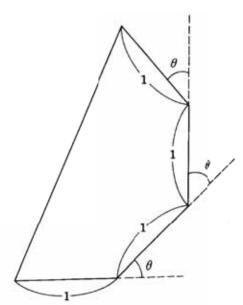
 $n=1,2,3,\cdots$ に対して数列

$$a(n) = \frac{(n+2)(n+3)(n+4)}{n!}$$

を考える。

- (1) $\lim_{n \to \infty} a(n)$ を求めよ。
- (2) a(n) が整数となる n をすべて求めよ。
- (3) 積 $a(1)a(2)\cdots a(n)$ が整数となる n をすべて求めよ。
 - 2 [図形の面積、三角関数、最大・最小] (60/250)

 $\overline{\ \ }$ 下図のような 4 辺の長さが 1 で、それらのなす外角が θ $(0<\theta<\frac{\pi}{2})$ であるような五角形の面積の最大値を求めよ。



東京工業大学 1995 年 (前期)数学 「150 分·250 点」 page2/2

② 東京工業大学 / 東京工業大学に合格するためのスレ @ 25ゃんねる 大学受験板

免責:0.3 BWCElEJ312 (yokoyama.s.ab@m.titech.ac.jp)

- 3 [関数のグラフ、極限値に関する論証] (60/250) n を自然数とする。
- (1) $f(x)=rac{x^2}{n^2}+e^{2x}-1$ の増減を調べ、グラフの概形を描け。
- (2) だ円 $\frac{x^2}{n^2}+n^2y^2=1$ と曲線 $y=\frac{1}{n}x^x$ の交点のうち $\left(0,\frac{1}{n}\right)$ でない方の座標を (x_n,y_n) とおく。このとき

$$\lim_{n \to \infty} \frac{x_n}{n} = -1$$

であることを示せ。

4 [期待値、数列和の計算] (70/250)

1からnまでの数字を書いたカードが1枚ずつある。ただし、n 3とする。

- (1) この n 枚のカードから無作為に同時に 2 枚のカードを取り出すとき、書かれた数の積の期待値 E を n で表せ。
- (2) この n 枚のカードから無作為に同時に 3 枚のカードを取り出すとき、書かれた数の積の期待値を E(n) で表す。このとき

$$\lim_{n \to \infty} \frac{E(n)}{n^3}$$

を求めよ。