

1. 次の定積分を求めよ。積分路 C は $z=0$ を中心とした半径 r の円周上を正の向きにまわるものとする。

$$(a) \int_C \frac{dz}{z^3 + z} \quad (b) \int_0^\infty \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx \quad (c) \int_0^\infty \frac{(\log x)^2}{x^2 + 1} dx$$

2. $f(z) = \frac{z}{(z-a)(z-b)}$ の $|a| < |z| < |b|$ における Laurent 展開を求めよ。

3. Rodrigues の公式 (No. 4, 問 5) より Legendre 多項式の母関数表示

$$(1 - 2xz + z^2)^{-1/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x)z^n$$

を求めよ。