

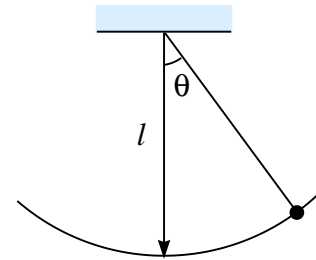
第 3 学年 応用物理 後期中間試験 (2006.12.13)

注意 問題の番号を (a)(b)(c)... まで必ず書き、答案の区切りを明確にする。答案はすべて答案用紙に記入し、解答を得る過程を省略しない。解答を得るのに必要な図は必ず答案用紙に記入する。答案用紙は表と裏を使い、不足する場合は手を上げて請求する。地上での重力加速度は g とする。ベクトルとスカラーの記号を明確に区別する。数値を求める問題では単位を付けること。

[1] 2次元極座標で、半径 r の円周上の粒子の運動を考える。

- (a) 2次元極座標の基本ベクトル e_r, e_θ を直交座標の基本ベクトル e_1, e_2 でそれぞれ表し (図を描くこと), $\dot{e}_r = \dot{\theta}e_\theta$ および $\dot{e}_\theta = -\dot{\theta}e_r$ を示せ。
- (b) 位置ベクトル $r = re_r$ から加速度を求め、加速度の成分が $a_r = -r\dot{\theta}^2, a_\theta = r\ddot{\theta}$ になることを示せ。
- (c) a_r および a_θ をそれぞれ r と速さ v を使って表わせ。

[2] 図のように、天井に一端を固定した長さ l の糸の他端に質量 m の小さなおもりをつけてつるす。おもりを押さえて $\theta = \theta_0$ にし、 $t = 0$ に静かに放す。



- (a) 糸の張力の大きさを T として、おもりの極座標系での運動方程式の各成分を書け (力の入った図を描くこと)。
 - (b) 糸の張力の大きさ T を θ の関数で表わせ。また、 $\theta_0 = \pi/6$ のとき、このグラフを描け (横軸 θ , 縦軸 T)。
 - (c) 振り子の振幅が小さいとき、 θ の 1 次近似の運動方程式を書き、その解 $\theta(t)$ を求め、周期が $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ となることを示せ (運動方程式 → 一般解 → 特解の順に解くこと)。
- [3] ケプラーの法則によると、太陽と惑星を結ぶ線 (動径) が描く面積速度は一定で、惑星の公転周期の 2 乗は軌道の長半径の 3 乗に比例し、この比例定数 k は全ての惑星に対して共通の値になる。惑星の軌道を円で近似して、これとニュートンの運動方程式から惑星に作用する力の法則を考える。
- (a) 惑星に作用する力を 2次元極座標で表すとき、 $F_\theta = 0$ になることを説明せよ。
 - (b) 惑星 (質量 m) の軌道半径を r 、公転周期を T とするとき F_r が r^{-2} に比例することを示せ。また、 $4\pi^2/k = GM$ (M は太陽の質量、 G は比例定数) において、 F_r を求めよ。
 - (c) 太陽から見た惑星の位置ベクトルを r とするとき、(a)(b) の力をベクトルで表わせ。
 - (d) この力の質量 m, M をあらゆる 2 つの物体の質量に一般化して得られた法則を簡単に説明せよ。
- [4] 地球の半径を $R = 6380 \text{ km}$ 、地球表面上での重力加速度を $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ として次の問いに答えよ。 $\pi = 3.14$ とする (関数電卓の π は使わないこと!)。単位は、SIの基本単位 (m, kg, s) で表すこと。(数値は、式を求めてから最後に代入し、変数に代入した数値が分かるように書くこと)。

- (a) 地球の自転の周期を $T_1 = 8.64 \times 10^4 \text{ s}$ として、静止衛星の地上からの高さ h を求めよ。
 - (b) 月の軌道半径を $r = 3.84 \times 10^6 \text{ km}$ として、月の公転周期 T_2 を求めよ。
- [5] 質量 m の粒子が外力 F の作用をうけて運動している。粒子は、時刻 t_A に点 A にあり、曲線 C に沿って移動して時刻 t_B に点 B にあるとする。
- (a) 粒子の位置ベクトルを $r(t)$ とするとき、点 A から点 B までの間に粒子におこなう仕事 $W_{A \rightarrow B}$ の定義式を書け。
 - (b) 粒子の速度を $v(t)$ とするとき、運動エネルギー T の定義式を書き、運動方程式から 次の式を導け。

$$T(t_B) - T(t_A) = W_{A \rightarrow B}$$

- (c) 上の左辺の運動エネルギー T と右辺の仕事 W の定性的な違いを次のキーワードを使って説明せよ。ただし、2 つのキーワードの意味を説明すること。[キーワード：属性、外的量]
- (d) 質量 3.0 kg 、速さ 4.0 m/s の粒子に外から 5.0 J の仕事を行うと、速さはいくらになるか。
- (e) [2] の振り子の問題で、 $\theta = \theta_0$ から $\theta = 0$ になるまでに糸の張力 T のする仕事を求めよ。簡単な説明も書くこと。