

第 3 学年 応用物理 後期定期試験 (2006.2.27)

注意 答えはすべて答案用紙に記入し，解答を得る過程を省略しない．

スカラー量とベクトル量の記号を明確に区別する．

数値を求める問題では，地上での重力加速度を 9.8 m/s^2 ，地球の半径を 6370 km とする．

- [1] 粒子に作用する力のポテンシャル関数 V が与えられているとき，力の成分 F_x, F_y, F_z をもとめる式を書き，このとき，仕事 W が始点 A と終点 B の V の差 $W = V(r(t_A)) - V(r(t_B))$ で表わされることを示せ．これと，仕事と運動エネルギーの関係式より力学的エネルギー保存則を導け．ただし，運動エネルギーは，粒子の質量 m と速さ $v(t_A), v(t_B)$ で表すこと．
- [2] 地球の質量を M とし，地球の中心から見た位置ベクトルが r の粒子 (質量 m) を考える．
- (a) この粒子のポテンシャル関数 $V(r) = -G\frac{mM}{r} + C$ ， $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ で与えられる (C は定数)．この粒子に作用する力 $F = (F_x, F_y, F_z)$ とその大きさ F を求めよ．
- (b) 地球の半径を R ，地上での重力加速度を g とし，地上から高さを z ($z \ll R$) とするとき，ポテンシャル・エネルギーが $V = mgz$ になることを示せ．ただし，地上 ($z = 0$) での V を 0 に選ぶ (注意：計算過程を詳細を書くこと)．
- [3] 質量 m の粒子が直線上を振幅 A ，角振動数 ω で調和振動している．
- (a) この粒子の力学的エネルギー E の式を書き，これに運動方程式の解を代入して， $E = m\omega^2 A^2/2$ になることを示せ．
- (b) この粒子のポテンシャル・エネルギー V の 1 周期にわたる平均が $\bar{V} = E/2$ になることを示せ (注意：計算過程を詳細を書くこと)．
- [4] 地上からロケットを鉛直方向に打ち上げる．空気抵抗は無視する．
- (a) ロケットが地球に戻ってこないための最小の打ち上げ速度 v_0 (数値) を求めよ．
- (b) この打ち上げ速度で，地上から高さ 20 km に到達するまでの時間をもとめよ (注意：計算過程を詳細を書くこと)．
- [5] 水平な氷の上で 20 kg の石を滑らせ速さ 3 m/s で手を離す．氷と石の間の動摩擦係数を $\mu' = 0.02$ とする．
- (a) 手を離してから石が止まるまでの距離 l と，その間の発生する熱 Q を求めよ．
- (b) 手を離してから 15 m の点から止まるまで，石の進む前方をブラシで掃くと止まるまでの距離が 50 cm 伸びた．ブラシで掃いたときの氷と石の間の動摩擦係数を有効数字 3 桁で求めよ．

[6] 粒子 (質量 m) の運動を点 O から測った位置ベクトル r で記述する .

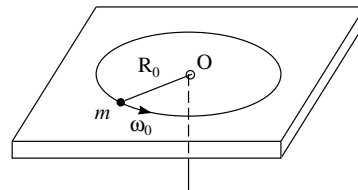
(a) この粒子の点 O のまわりの角運動量ベクトル L を書け (注意: m, r と演算記号で表わすこと) .

(b) この粒子に力 F が作用しているとき, $\frac{dL}{dt} = r \times F$ が成り立つことを示せ . また, L が保存するための条件をこの式を使って説明せよ (「中心力」という用語は用いないこと) .

(c) 粒子が xy 平面内を運動するとき, 角運動量の z 成分を 2 次元極座標で表わすと $L_z = mr^2\dot{\theta}$ になることを示せ .

[7] xy 平面内で力 $F_x = -kx, F_y = -ky$ を受けて運動する粒子 (質量 m) の角運動量が保存することを運動方程式の解を使って示せ .

[8] 水平に置かれた滑らかな板上で, 質量 m の粒子に糸を結びつけて, 糸の他端を小孔 O に通して, 粒子を半径 R_0 , 角速度 ω_0 で等速円運動させておく . 糸を下に引いて, 半径を $R_0/2$ に変えたとき角速度の値と, 運動エネルギーの変化量を求めよ .



[9] 速さ V で動く船の上で, 船の進行方向に, 船に対して速さ v でボールを水平に投げたとき, ボールを投げた直後の船の速さと, 全体の運動エネルギーの変化量をもとめよ . 人を含めた船の質量を M , ボールの質量を m とする .

[10] 水平面と角 $\theta = 30^\circ$ をなすなめらかな斜面の上に質量 $M = 30 \text{ kg}$ の板があり, その上を質量 $m = 60 \text{ kg}$ の人が走る . 板が斜面上に静止し続けるためには, 人はどのように走ればよいか . 板と斜面の間の摩擦は無視する .

