

A:対称行列
x:ベクトルとした時

$Ax = \lambda x$ の解

λ を固有値
xを固有ベクトル

xが0ベクトルでない、意味のある解は特性方程式: $\det(A - \lambda E) = 0$ が成り立つときにのみ得られる

実際に特性方程式を解く

```
> with(LinearAlgebra) :  
    with(plots)  
    with(plottools) :
```

```
> A := Matrix(1..2, 1..2, [[3, 2/3], [2/3, 2]]);
```

$$A := \begin{bmatrix} 3 & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

```
> x := Matrix([[1, 0], [0, 1]]);  
    MatE := A - lambda.x;
```

#xの単位行列に λ をかけている

$$x := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$MatE := -\lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

```
> eq2 := Determinant(A - lambda.x);
```

$$eq2 := \frac{50}{9} - 5\lambda + \lambda^2 \quad (3)$$

```
> solve(eq2 = 0, lambda);
```

$$\frac{10}{3}, \frac{5}{3} \quad (4)$$

```
>
```

固有値を求めるコマンドを使っても固有値と固有ベクトルを求められる

```
> lambda, V := Eigenvectors(A);
```

$$\lambda, V := \left[\frac{5}{3}, \frac{10}{3} \right], \left[\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right] \quad (5)$$

```
> lambda;  
    V;
```

$$\begin{bmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{10}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(6)

この固有ベクトルは規格化されてなく、行列の行をColumnによって取り出す

> `lambda[1].Column(V, 1) = A.Column(V, 1);`

$$\begin{bmatrix} -\frac{5}{6} \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{6} \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

(7)

一般的な規格化はコマンド`Normalize(vector, Euclidean)`で行う

> `Normalize(Column(V, 1), Euclidean);`

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{5} \sqrt{5} \\ \frac{2}{5} \sqrt{5} \end{bmatrix}$$

(8)

>