(2) ② に (1) の結果を代入する。
以下、 $\frac{d}{dx} f = \dot{f}$ などと表す。

(i) $x < a$

$$\begin{aligned} \varphi^* &= A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx} \\ \dot{\varphi} &= ik\left(A e^{ikx} - B e^{-ikx}\right) \end{aligned}$$

$\times$

$$\frac{1}{ik} \cdot \varphi^* \cdot \dot{\varphi} = |A|^2 - A^* B e^{-2ikx} + AB^* e^{2ikx} - |B|^2 \quad -①$$

(メンドウなので移項)

$$\begin{aligned} \varphi &= A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \dot{\varphi}^* &= ik\left(-A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right) \end{aligned}$$

$\times$

$$\frac{1}{ik} \cdot \varphi \cdot \dot{\varphi}^* = -|A|^2 + AB^* e^{2ikx} - A^* B e^{-2ikx} + |B|^2 \quad -②$$

ここで

$$|A|^2 = A \cdot A^* = \left\{\frac{\beta+\alpha}{2\beta} \cdot e^{i(\alpha-\beta)a} \cdot c\right\} \cdot \left\{\frac{\beta+\alpha}{2\beta} \cdot e^{-i(\alpha-\beta)a} \cdot c^*\right\}$$
$$= \left(\frac{\beta+\alpha}{2\beta}\right)^2 \cdot |c|^2$$

同様

$$|B|^2 = B \cdot B^* = \left(\frac{\beta-\alpha}{2\beta}\right)^2 \cdot |c|^2$$

$$\therefore ① - ② = (|A|^2 - |B|^2) = \left(\frac{\beta+\alpha}{2\beta} + \frac{\beta-\alpha}{2\beta}\right) \cdot \left(\frac{\beta+\alpha}{2\beta} - \frac{\beta-\alpha}{2\beta}\right) \cdot |c|^2$$
$$= \frac{\alpha}{\beta} |c|^2$$

$$\therefore j_{x<a} = -\frac{ik}{m} \cdot ik\beta \,(① - ②)$$
$$= \frac{k}{m} \cdot \beta \cdot \frac{\alpha}{\beta} |c|^2 \qquad (\because -i^2 = 1)$$
$$= \frac{k\alpha}{m} |c|^2$$

//

(ii) $a < x$

$$\begin{aligned} \varphi^* \cdot \dot{\varphi} &= c^* e^{-ikx} \cdot ik c e^{ikx} = ik|c|^2 \\ \varphi \cdot \dot{\varphi}^* &= c e^{ikx} \cdot (-ik c e^{-ikx}) = -ik|c|^2 \end{aligned}$$

$-$

$$\varphi^* \cdot \dot{\varphi} - \varphi \cdot \dot{\varphi}^* = 2ik|c|^2$$

$$\therefore j_{a<x} = -\frac{ik}{m} \cdot 2ik|c|^2$$
$$= \frac{k\alpha}{m} |c|^2$$

//

($j_{x<a}$ と $j_{a<x}$ は一般に等しくなさ、という結果が知られています。検算のときに参考にして下さい。)

KOKUYO