Date . . No. 6

RCL回路の補足

合成等の(*)以下はレポートでやらされて出るかもなので、結果までの導出過程を示します。

(*) →
$$\begin{cases} V_0 \cos\omega t = -R\dfrac{dq}{dt} - L\dfrac{d^2q}{dt^2} - \dfrac{q}{C} \\ -V_0\omega\sin\omega t = R\dfrac{di}{dt} + L\dfrac{d^2i}{dt^2} - \dfrac{1}{C}\cdot\dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$

$i = i_0\cos(\omega t - \delta)$, $q = -q_0\omega\sin(\omega t - \delta)$
として、さらに $t = \frac{1}{\omega}(\delta + \frac{\pi}{2})$ とすると、
($i_0 > 0$, $q_0 > 0$ とする)

$$0 = i_0\left\{\left(-L\omega^2 + \frac{1}{C}\right)\cos\delta + R\omega\sin\delta\right\} \quad -①$$
$$-V_0\omega = i_0\left\{-R\omega\cos\delta + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)\sin\delta\right\} \quad -②$$

① × $\sin\delta$ − ② × $\cos\delta$
$$; \quad V_0\omega\cos\delta = i_0 R\omega \quad -③ \quad (\because \cos^2\delta + \sin^2\delta = 1)$$

① × $\cos\delta$ + ② × $\sin\delta$
$$; \quad -V_0\omega\sin\delta = i_0\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right) \quad -④$$

③^2 + ④^2
$$V_0^2\omega^2 = i_0^2\left\{R^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2\right\}$$

$$\therefore i_0 = \frac{V_0\omega}{\sqrt{R^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2}} \quad (\because i_0 > 0) \quad //$$

また、$\frac{④}{③}$ より
$$\tan\delta = \frac{L\omega^2 - \frac{1}{C}}{R\omega} = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad //$$

$$Z = \frac{V_0}{i_0} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad //$$