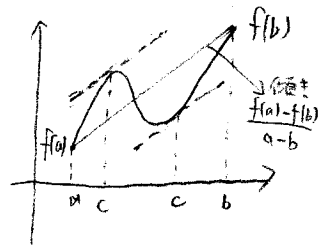


6/5 P.68 問3 (1) (6/2 提出した課題)

(定理) (平均値の定理)

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, |a-b| < +\infty$$

$\left\{ \begin{array}{l} [a, b] \text{ において連続} \\ (a, b) \text{ において微分可能} \end{array} \right.$



$\Rightarrow$ ある $c \in (a, b)$ が存在して、次が成立する: $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = f'(c)$

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \text{ に依存する.}$$

③ $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ 且 $g(x) = (f(x) - f(a)) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} (x - a)$ 由定理 2,

ロルの定理を使う //

(定理) (Cauchy の平均値の定理)

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ は連続、 (a, b) において微分可能。

$$f'(x) \neq 0 \quad (x \in (a, b))$$

$$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(a) \neq g(b) \quad \left(\leftarrow \begin{array}{l} \text{実は不要} \\ g'(x) \neq 0 \text{ が必要} \end{array} \right)$$

$$(TA-b) < +\infty$$

$\Rightarrow$ ある $c \in (a, b)$ が存在して、次が成り立つ:

$$\frac{f(a) - f(b)}{g(a) - g(b)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

$\nwarrow$ f と g に依存して決まる.

→ f と g に依存して決まる.

$$\textcircled{ii} \quad h: [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \quad \& \quad h(x) = (f(x) - f(a)) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} (g(x) - g(a))$$

と定めて、ロルの定理を使う //

(註)

$f(a) = f(b)$ $\Leftrightarrow$ 四元定理

平均值定理 $\longleftrightarrow$
 $f(x) = x$

$$\nwarrow f(a) = f(b) \quad , \quad g(x) = x$$

③ Cauchyの平均値の定理

⑥ 微分法の応用

(定理) I: 区間 ($[a, b]$ or (a, b) or $[a, b]$ or $[a, b)$ or $|a-b| < +\infty$ となる場合もあり)

$$f: I \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{微分可能}$$

(a) $f'(x) = 0 \quad (x \in I) \iff f(x) = c \quad (x \in I) \quad \left(\begin{array}{l} c \text{ は 任意 実数} \\ \uparrow \\ x = \text{任意} \end{array} \right)$

(b) $f'(x) \overset{(\text{減少})}{> 0} \quad (x \in I) \Leftrightarrow f \text{ 是 狹義單調增加}$

③ $x, x' \in I$, $x < x'$ とする.

平均値の定理より、ある $c \in (x, x')$ があって次が成立立つ。

$$f(x') - f(x) = f'(c)(x' - x)$$

$$(a) \quad f' = 0 \Rightarrow f(x') = f(x)$$

$$(b) \begin{matrix} f' > 0 \\ < 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} f(x') > f(x) \\ < \end{matrix}$$

逆は微分を直接計算すればよい。 //