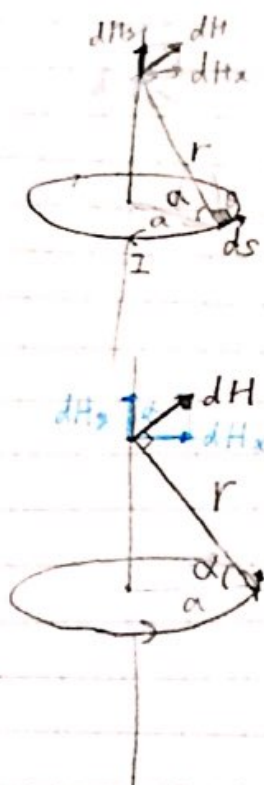


<7.6>

P291 の式より 周期 T とおくと $T = \frac{2\pi p}{v} = \frac{2\pi \hbar}{|B|}$

$$\text{よって振動数は } \frac{1}{T} = \frac{|B|}{2\pi \hbar} = \frac{1.6 \times 10^{-18} \times 1}{2 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31}} = 2.79 \times 10^{10} \\ \rightarrow 2.8 \times 10^{10} [\text{s}]$$

<7.7>



ビオサヴァールの法則より

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r}$$

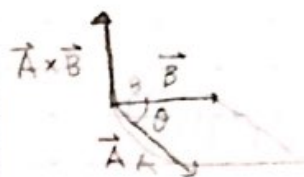
外積 $d\vec{s} \times \vec{r} = ds \cdot r \sin\theta$
より

$$dH = \frac{I ds \sin\theta}{4\pi r^2}$$

dH を図のように分解すると、 dH_x 成分は円を一周すると相殺されるのでベクトル和は $\vec{0}$ 。

dH_y 成分のみ考えればよい

$$dH_y = dH \cos\alpha = \frac{I ds \sin\theta}{4\pi r^2} \cos\alpha$$



外積の定義

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

→ 大きさ: $AB \sin\theta$

($\vec{A}$ と $\vec{B}$ によって平行四辺形をなす面積)

(向き: $\vec{A} \rightarrow \vec{B}$ の向きに右ねじを回したときおじか

進む向き)

ここで、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ (ds と r のなす角)、 $r = \frac{a}{\cos\alpha}$ より

$$H_y = \int dH_y = \frac{I \cos\alpha}{4\pi \left(\frac{a^2}{\cos^2\alpha}\right)} \int ds = \frac{I \cos^3\alpha}{4\pi a^2} \cdot 2\pi a = \frac{I}{2a} \cos^3\alpha$$

(円を一周した分)

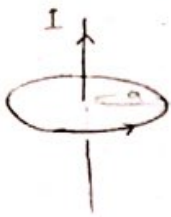
よって中心軸における磁場の強さ $H = \frac{I}{2a} \cos^3\alpha$

特に円の中心での磁場の強さを求めればよいから、 $\alpha = 0$ を代入して

$$H = \frac{I}{2a}$$

<7.8>

§7.7 [例1] より $H = \frac{2I}{4\pi a}$



これをアンペールの法則の左辺に代入すると

$$\oint H \cdot ds = \frac{2I}{4\pi a} \cdot 2\pi a = I$$

よって右側にアンペールの法則が成り立つ。

<8.1>

$V = vBl$ にそれぞれ代入して

$$1 = v \times 1 \times 0.2$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

(p258 例題の途中式)

$$V - L \frac{dI}{dt} = IR \quad \textcircled{1} \quad \text{について} \quad I - \frac{V}{R} = j \quad \textcircled{2}$$

②の両辺を t で微分して

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dj}{dt}$$

よって ① $\Leftrightarrow$

$$L \frac{dj}{dt} = -R \left(I - \frac{V}{R} \right) = -Rj$$

$j \neq 0$ において

$$\frac{1}{j} dj = -\frac{R}{L} dt$$

両辺積分すると

$$\int \frac{1}{j} dj = -\frac{R}{L} \int dt$$

$$\log j = -\frac{R}{L} t + C$$

$$j = e^{-\frac{R}{L} t + C}$$

$$e^C = j_0 \text{ とおく}$$

$$j = j_0 e^{-\frac{R}{L} t} \quad \dots \textcircled{3}$$

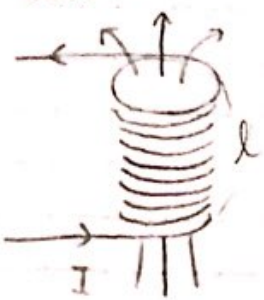
$t=0$ のとき条件より $I(0) = 0$ だから、②より $j = -\frac{V}{R}$ でありこれと $t=0$ を

③に代入すると $j_0 = -\frac{V}{R}$ が得られ、③式は $j = -\frac{V}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$ ④ となる。

②、④より

$$I = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$$

<8.2>



ソレノイド内の磁束密度 B [T] は

$$B = \mu H = \mu n I \quad (n \text{ は単位長さあたりの巻数})$$

よってソレノイドを貫く磁束 Φ は

$$\Phi = BS = \mu n I S \quad \text{--- ①}$$

ファラデーの電磁誘導の法則よりコイル1巻きあたりで発生する誘起起電力 V_1 は

$$V_1 = - \frac{d\Phi}{dt}$$

コイル N 巻きあたりなら N 倍になり、

$$V = - N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$= - \mu n S \cdot N \cdot \frac{dI}{dt} \quad (\text{①より})$$

$$= - \frac{\mu S N^2}{l} \cdot \frac{dI}{dt} \quad (nl = N \text{ より})$$

これを自己誘導の式

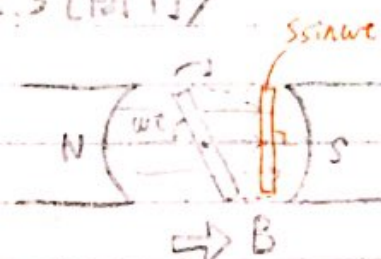
$$V = - L \frac{dI}{dt}$$

の係数を比較して、

$$L = \frac{\mu S N^2}{l}$$

$\therefore L$ は巻数の 2乗 に比例する //

8.3 [問1]



8-7図を横から見た図

ファラデーの電磁誘導の法則より

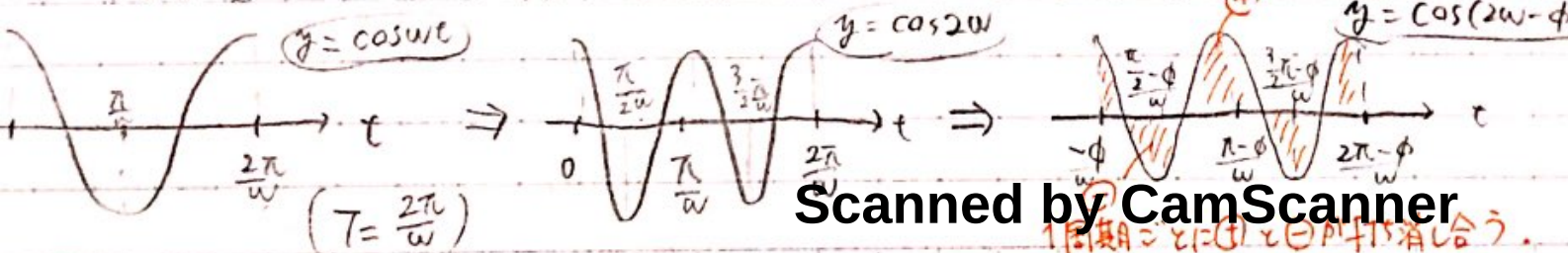
磁束が貫いている面積

$$V = - n \frac{d\Phi}{dt} = - n B \frac{d}{dt} S \sin \omega t$$

$$= - n S B \omega \cos \omega t$$

$$V_0 = |V|_{\max} = n S B \omega //$$

0 上 なら $\frac{1}{2} I_0 V_0 \cos(2\omega t - \phi)$ の時間平均が 0 になるから



P292 (8.11) によれば、これは「容易にわかる」途中式)

(ω) 容易にわかる?

$$\begin{cases} I = I_0 \cos(\omega t - \phi) \\ \frac{dI}{dt} = -I_0 \omega \sin(\omega t - \phi) \\ \frac{d^2 I}{dt^2} = -I_0 \omega^2 \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = -V_0 \omega \sin \omega t \quad (8.10a)$$

に代入してまとめると

$$I_0 \left\{ R \sin(\omega t - \phi) + (L\omega - \frac{1}{C\omega}) \cos(\omega t - \phi) \right\} = V_0 \sin \omega t$$

三角関数の合成により (→忘れた場合は次ページ参照)

$$I_0 \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \sin(\omega t - \phi + \alpha) = V_0 \sin \omega t$$

$$\left(\sin \alpha = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}, \cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \right)$$

両辺比較して

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ インピーダンス (交流抵抗)

$$\text{また、} -\phi + \alpha = 0$$

$$\rightarrow \alpha = \phi \text{ より } \tan \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

< 8.3 [問2] >

この直列回路のインピーダンスは $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ なのだから、

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{つまり} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{のとき最小値} \quad Z = R \text{ をとる。}$$

$$L = 10^{-3} \text{ H}, \quad C = 10^{-8} \text{ F}, \quad R = 20 \Omega \quad \text{をそれぞれ代入して}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 10^{-8}}} = 10^6 \text{ s}^{-1} \quad \text{最小値} \quad 20 \Omega$$

P294 下)

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad \text{--- ①}$$

$$\text{--- つまり } q = Q \cos(\omega_0 t + \delta) \text{ とおくと}$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -Q \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \delta) = -q \omega_0^2$$

よって $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ のとき $q = Q \cos(\omega_0 t + \delta)$ は①を満たすのだから、

(仮定 → 証明で求めている。)

詳しく知りたい場合は

三角関数の微分方程式

が役立つ。(おぼえておくと便利)

三角関数の合成とは,

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

(ただし, $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$)

でしたね。まず, この公式が成り立つ理由を考えてみます。成り立ちがわかると, 公式を忘れにくくなりますよ。

「三角関数の合成の成り立ち」

座標平面上に, 点P(a, b)をとり, OPの長さをrとすると, 三平方の定理より,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

OPがx軸の正の向きとなす角を α とすると, 三角関数の定義より,

$$\cos \alpha = \frac{a}{r}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{r}$$

となるから, 式変形して,

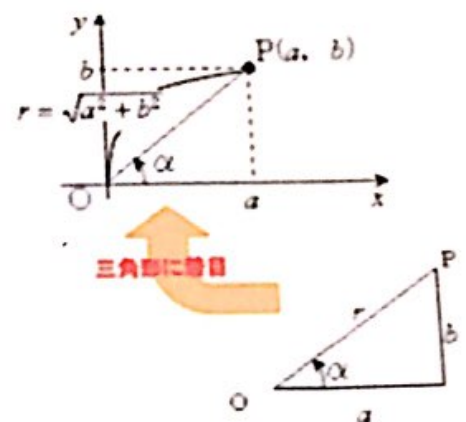
$$a = r \cos \alpha, \quad b = r \sin \alpha$$

これらを $a \sin \theta + b \cos \theta$ に代入すると,

$$\begin{aligned} & a \sin \theta + b \cos \theta \\ &= r \cos \alpha \sin \theta + r \sin \alpha \cos \theta \\ &= r(\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha) \end{aligned}$$

加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$



引用元: <<http://kou.benesse.co.jp/nigate/math/a14m1106.html>>

(P296 相互インダクタンスを含む回路)

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = M I_0 \omega^2 \cos \omega t \quad \textcircled{1}$$

$$I = I_0 \cos(\omega t - \phi) \text{ とおくと}$$

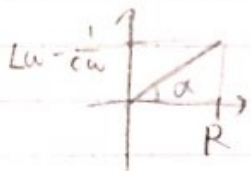
$$\frac{dI}{dt} = -I_0 \omega \sin(\omega t - \phi)$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = -I_0 \omega^2 \cos(\omega t - \phi)$$

① に代入してまとめると

$$-I_0 \left\{ R \sin(\omega t - \phi) + (L\omega - \frac{1}{C\omega}) \cos(\omega t - \phi) \right\} = M I_0 \omega \cos \omega t$$

$$I_0 \cdot \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \sin(\omega t - \phi + \alpha) = -M I_0 \omega \cos \omega t = M I_0 \omega \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



$$(\tan \alpha = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R})$$

左右比較して

$$I_0 = \frac{M I_0 \omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$-\phi + \alpha = -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \phi = \frac{\pi}{2} + \alpha \text{ より}$$

$$\tan \phi = \tan(\alpha + \frac{\pi}{2})$$

$$= -\frac{1}{\tan \alpha} = \frac{R}{\frac{1}{C\omega} - L\omega}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ ($R=0$ のときの振動数) を用いて表せば、

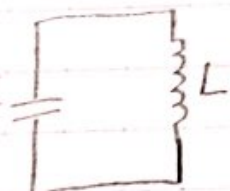
$$\tan \phi = \frac{\omega R / L}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

教科書と別の方法での求め方

コイルとコンデンサに加える電圧を $V = V_0 \sin \omega t$ とおくと

$$\begin{aligned} \text{コンデンサ: } I &= \frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt} = C \omega V_0 \cos \omega t \\ &= \omega C V_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

$\therefore I$ の最大値 I_0 と V_0 の関係は $I_0 = \omega_0 C V_0$



$$\text{コイル: } V = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\int \frac{V_0 \sin \omega t}{L} dt = - \int dI$$

$$I = -\frac{V_0}{L\omega} \cos \omega t = \frac{V_0}{L\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\therefore I_0 = \frac{V_0}{L\omega_0} \rightarrow V_0 = L\omega_0 I_0 \quad (**)$$

$$(*) \text{ と } (**) \text{ より } \frac{1}{\omega_0 C} = L\omega_0 \quad \therefore \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

8.4> 直前の式 $C = \frac{1}{L\omega^2}$ と $\omega = 2\pi f$ より

$$C = \frac{1}{0.5 \times 10^{-3} \times 4\pi^2 \times 10^{12}} = 8.11 \times 10^{-12}$$

$$\begin{matrix} M & = & 10^6 \\ p & = & 10^{-12} \end{matrix}$$

✓ 8.1 pF ? 解答は 80 pF.

正しい答え分かる方いたら教えてください。

INABARI BARYSAN

P294下 ~ P296上は授業で全く触れていないので出題される可能性は低いですが、個人的な予想としては

- ・アンペールの法則
- ・自己の相互誘導
- ・RLC回路

で大問3つ分は占めるのではないかと。

字汚くてすみません ml-7m

