No.

Date

レポート2　解答

問題1

$\forall \varepsilon > 0 \cdot \exists \delta > 0.$ s.t. $|x - x_0| < \delta$

$\Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

問題2

(1) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^5} = \frac{0}{0}$ よりロピタルの定理が利用可より

$\displaystyle = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{5x^4} = \frac{0}{0}$ より 上記と同様より

$\displaystyle = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{20x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{20} \times \frac{\sin x}{x} \times \frac{1}{x^2}$

$\displaystyle = \frac{1}{20} \times 1 \times \infty = \underline{\infty}$

(2) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{a^x - b^x}{x} = \frac{0}{0}$ より、ロピタルの定理が利用可より

$\displaystyle = \lim_{x \to 0} (a^x \log a - b^x \log b) = \log a - \log b = \underline{\log \frac{a}{b}}$ $(\because b > 0)$

(3) $\displaystyle\lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x}$ これに自然対数をとると

$\displaystyle\lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} \cos x \log \tan x = \lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} \frac{\log \tan x}{\frac{1}{\cos x}} = \frac{\infty}{\infty}$

より、ロピタルの定理が使えるので

$\displaystyle = \lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{1}{\tan x} \times \frac{1}{\cos^2 x}}{-\frac{1}{\cos^2 x} \times (-\sin x)} = \lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{1}{\sin x}$

$\displaystyle = \frac{0}{1} \times \frac{1}{1} = 0$

$\displaystyle\therefore \lim_{x \uparrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x} = e^0 = \underline{1}$