

問題1 レポート同じ問題より略

問題2

(i) 真数条件より. $\tan x > 0 \sim \textcircled{1}$.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ で: $\textcircled{1}$ をみたすすべての実数 x に対して $\tan x$ は正なので, $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

$$\begin{aligned} & (\log(\tan x))' \\ &= \frac{1}{\tan x} \times \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{1}{\cos^2 x} \\ &= \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin 2x} \end{aligned}$$

(ii). $\sin^{-1}(e^x)$

$$-1 < e^x < 1 \wedge e^x > 0 \Leftrightarrow x < 0.$$

$$(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} & (\sin^{-1}(e^x))' \\ &= \frac{1}{\cos(\sin^{-1}(e^x))} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\sin^{-1}(e^x))}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - e^{2x}}} \end{aligned}$$

問題3

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3} = \frac{0}{0} \quad \text{より, ロピタルの定理が利用可より.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x e^{\sin x}}{3x^2} = \frac{0}{0}$$

より上記同様に

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos^2 x e^{\sin x} + \sin x \cos x e^{\sin x}}{6x} = \frac{0}{0}$$

より, 同様に.

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x} (-\cos x - 3 \sin x \cos x + \cos^3 x)}{6}$$

$$= \frac{1 - 1 \times (-1 - 0 + 1)}{6} = \frac{1}{6}$$