

レポート1 解答

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ s.t. } n \geq N$$

$$|a_n - a| \leq \varepsilon.$$

問題1.

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} 3^{-n} = 0.$$

$$a_n = 3^{-n}, \quad a = 0 \text{ とおく}$$

$$|a_n - a| = 3^{-n} \leq \varepsilon. \quad 3 \text{ を底とする対数をとると}$$

$$-n \leq \log_3 \varepsilon \iff n \geq -\log_3 \varepsilon.$$

$$\text{よって } N = \lceil -\log_3 \varepsilon \rceil + 1 \text{ とおく.}$$

$$N \leq n \text{ をみたすすべての } n \text{ で } |a_n - a| \leq \varepsilon \text{ をみたす.}$$

$$\text{ゆえに } \lim_{n \rightarrow \infty} 3^{-n} = 0 //$$

$$(ii) a_n = \frac{3n^2 - 1}{n^2 + 3}, \quad a = 3 \text{ とおく}$$

$$|a_n - a| = \left| \frac{3n^2 - 1 - 3(n^2 + 3)}{n^2 + 3} \right|$$

$$= \frac{10}{n^2 + 3} \leq \varepsilon$$

$$(n^2 + 3 > 0 \text{ より})$$

$$\iff 10 \leq \varepsilon(n^2 + 3) \iff \varepsilon n^2 \geq 10 - 3\varepsilon$$

$$(\varepsilon > 0 \text{ より})$$

$$\iff n^2 \geq \frac{10 - 3\varepsilon}{\varepsilon} \quad n \in \mathbb{N} \text{ から, } n > 0 \text{ なので}$$

$$n \geq \sqrt{\frac{10 - 3\varepsilon}{\varepsilon}}$$

$$\text{よって } N = \left\lceil \sqrt{\frac{10 - 3\varepsilon}{\varepsilon}} \right\rceil + 1 \text{ とする.}$$

$$N \leq n \text{ をみたすすべての } n \text{ で } |a_n - a| \leq \varepsilon \text{ をみたす.}$$

$$\text{ゆえに } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3.$$

(iii) 問題不成立の為(略)

問題2 (略).