

微積分学 II 期末試験問題

注意:

- 途中経過の計算等は省略し、解答のみを解答用紙に書くこと。
- 解答の順序は問わない。

問題 1. 以下の有理関数 $f(x)$ の原始関数を求めよ。

$$[1] \quad f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$[3] \quad f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$[5] \quad f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x}$$

$$[7] \quad f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$$

$$[2] \quad f(x) = \frac{1}{x + 1}$$

$$[4] \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$$

$$[6] \quad f(x) = \frac{x}{x - 1}$$

$$[8] \quad f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

問題 2. 以下の積分の値を求めよ。

$$[1] \quad \int_{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1} dx dy$$

$$[3] \quad \int_{x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1} dx dy$$

$$[5] \quad \int_{x^2 + y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$[2] \quad \int_{0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/2} \sin(x - y) dx dy$$

$$[4] \quad \int_{x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 1} e^{x+y} dx dy$$

$$[6] \quad \int_{(x-y)^2 + (x+y)^2 \leq 1} dx dy$$

問題 3. 以下の広義積分の値を求めよ。

$$[1] \quad \int_0^\infty e^{-x} dx$$

$$[3] \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$[5] \quad \int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$$

$$[2] \quad \int_0^\infty \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

$$[4] \quad \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$$

$$[6] \quad \int_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dx dy$$

1 [1] $\tan^{-1}x$ [2] $\log(x+1)$ [3] $\log(x^2+1)$ [4] $\log(x-1) - \log x$

[5] $\log(x^2-x)$ [6] $x + \log(x-1)$ [7] $\log(x-1) - \log(x+1)$ [8] $\log(x-1) + 2\tan^{-1}x$

2 [1] 2 [2] 2 [3] $\frac{1}{2}$ [4] 1 [5] $\frac{\pi}{2}$ [6] $\frac{\pi}{2}$

3 [1] 1 [2] $\frac{\pi}{2}$ [3] $\frac{\pi}{2}$ [4] $\frac{\pi}{2}$ [5] π [6] π