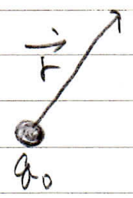
◎ 点電荷の電位



問、$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec{r}}{r^3}$

↓

∞を基準にして

$\vec{r}$での電位を求める。

解

点Aから点Bまでの電位差は、

定義より、

$$\phi(\vec{r}_A)-\phi(\vec{r}_B)=\int_{A(C)}^{B}\vec{E}(\vec{r})d\vec{r}$$

$$|\vec{E}(\vec{r})| = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}$$

$\vec{E}\cdot\vec{r} = |\vec{E}||\vec{r}|$ (方向が同じなので)

$$\phi(\vec{r}_A)-\phi(\vec{r}_B)=\int_{A(C)}^{B}|\vec{E}(\vec{r})|\,d|\vec{r}|$$

$$= \left[-\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

$r_A=r$, $r_B\to\infty$として、

$$\phi(r)=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad //$$

◎ 電位の偏微分で電場を出す。

問、$\phi(x,y,z)=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

から、$\vec{E}(\vec{r})$を求めよ。

解、

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = -\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = -\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって、

$$\vec{E}(\vec{r}) = \left(-\frac{\partial\phi}{\partial x}, -\frac{\partial\phi}{\partial y}, -\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\underbrace{(x,y,z)}_{=\vec{r}}$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\vec{r}}{r^3} \quad //$$