13M 電磁気学期末試験 (再現)

解答欄がある問題については、解答欄の中に答えを記入せよ

※1:特にことわりがない限り、すべて真空中での実験と考えて解答せよ

※2:以下の物理定数は文中における記載の有無に関わらず使える

「クーロンの法則における比例定数 k

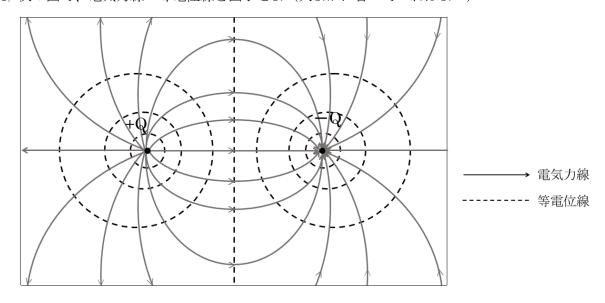
真空の誘電率 ϵ_0

真空の透磁率 μ0

- 問1(1)次の文章で、当てはまるほうに○をしなさい
 - (a)地球を一つの大きな磁石とみなすと、N極は地球の(北極側・南極側)である。
 - (b)直線電流がつくる磁場の向きは(右回り・左回り)である。
 - (c)誘導起電力は、コイルの磁場の変化を (速める (妨げる))向きにはたらく。
 - (2) 次の文章が定義している言葉を書きなさい
 - (a)正負の電荷+q, -q がきわめて接近している
 - (b)荷電粒子に作用する電磁気力の総称
 - (c)回路を貫く磁束が変化すると電流が流れる
 - (d)抵抗器に流れる電流 I は抵抗器の両端の電位差 V に比例する
 - (e)電流が仕事をしたときに発生する熱

(a) 電気双極子	(b) ローレンツカ	(c) 電磁誘導
(d) オームの法則	(e) ジュール熱	

(3) 次の図で、電気力線・等電位線を図示せよ(大まかに合っていればよい)



(4) 起電力 20[V]の電池と抵抗 R からなる回路で、5[A]の電流が流れた。 このとき抵抗値Rの値を求めよ。

[解]
$$R = \frac{V}{I} = \frac{20}{5} = 4[\Omega]$$

4 $[\Omega]$

(5) 次の文章を読み、選択肢 A~Dの中から正しいものに○をつけなさい

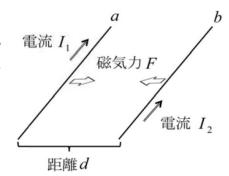
電気容量 $10[\mu F]$ のコンデンサがある。このコンデンサの極板の面積を \bigcirc ① \bigcirc 倍、極板間の距離を \bigcirc 倍にしたところ、電気容量は② [μF]になった。

次に抵抗 $10[\Omega]$ の導線の長さを ③ 倍に、断面積を 2 倍にしたところ、抵抗は ④ $[\Omega]$ になった。

A{ (1)2 (2)15 (3)2 (4)10} B{ (1)2 (2)15 (3)3 (4)15}

(C)(①3 ②15 ③2 ④10 } D { ①3 ②15 ③2 ④15 }

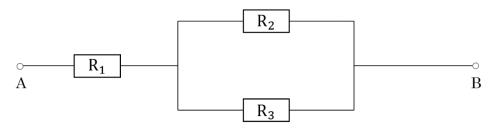
問2 右図のように、2本の長い導線 a,b を距離dの間隔をあけて 平行に置き、それぞれ I_1 , I_2 の電流を流した。このとき、2 つ の電流の間に働く単位長さあたりの磁気力下の大きさを求め よ。ただし、直線電流のつくる磁場は以下の式で表せる



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

[
$$\text{fg}$$
] $\text{F} = \text{I}_1 \text{B}_2 \text{L} (= \text{I}_2 \text{B}_1 \text{L}) = I_1 \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \cdot 1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

問3 抵抗値がそれぞれ R_1 , R_2 , R_3 の3 つの抵抗器を下図のように接続した。このとき A-B 間の合成抵抗を求めなさい

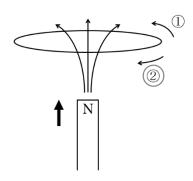


[解]
$$R_2$$
 と R_3 の合成抵抗 R_{23} は、 $\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$

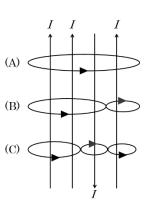
 R_1 と R_{23} の合成抵抗 R_{123} は、 R_{123} = R_1 + R_{23} = R_1 + $\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$ = $\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2+R_3}$

$$:$$
 A-B間の合成抵抗 $R_{123} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2 + R_3}$

間 4 次の図で、磁石をコイルに近づけたとき、電流は①と②のどちらの向きに流れるか。 正しい方に○をしなさい。



問 5 同じ強さの電流が図のように流れている場合、(A)、(B)、(C)のそれぞれの場合で矢印の向きに沿って磁場を周回積分したとき、(A)、(B)、(C)を周回積分の値が小さくなる順に並べなさい。



[解] アンペールの法則より、

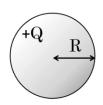
(A)
$$\oint B_A ds = \mu_0 (I + I - I + I) = 2 \mu_0 I$$

(B)
$$\oint B_B ds = \mu_0 (I + I - I - I) = 0$$

(C)
$$\oint B_C ds = \mu_0 (I + I + I + I) = 4 \mu_0 I$$

(B)
$$<$$
 (A) $<$ (C)

問 6 半径 R の導体球に正電荷+Q を置いた。このとき以下の問いに答えなさい。



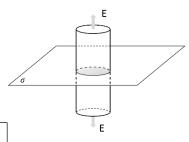
導体球の中心からの距離rにおける電場 $\mathbf{E}_{(r)}$ を、導体球の内部と外部で場合分けし、ガウスの法則を用いて求めなさい

[解](i)r<R

導体球の内部であるから、Em=0

$$\mathbf{E}_{(\mathbf{r})} = \begin{cases} \boxed{0} \\ \boxed{\frac{k\mathbf{Q}}{r^2}} \end{cases}$$

問7 無限に広い平面上に電荷が一様な面密度 σ で分布している。このとき平面の両側に、平面に垂直な一様電場 E が生じる。断面積 A の円柱を閉曲面としたガウスの法則を考えることにより、電場 E の大きさを求めなさい



[解] $\Phi_{\rm E} = 2 \rm EA$

また、ガウスの法則より、 $\Phi_{\rm E} = 4\pi k \sigma {\rm A}$

$$\therefore$$
 E = 2 $\pi k \sigma$

$$\mathbf{E} = 2\pi k \sigma$$

※

問 8 点電荷 Q がつくる電場の中に閉曲面 S がある。この閉曲面 S を貫いて内部から外部へ N_1 本の電気力線が出て、外部から内部へ N_2 本の電気力線が入っている。このとき電荷 Q の<u>大きさ</u>を求めよ

[解] ガウスの法則の定義から、

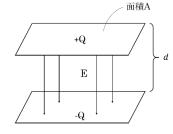
$$| N_1 - N_2 | = 4 \pi kQ$$

$$\therefore Q = \frac{|N_1 - N_2|}{4\pi k}$$

$$\mathrm{Q}=rac{|\mathrm{N}_1-\mathrm{N}_2|}{4\pi k}$$

問9極板に電荷Q, -Qが蓄えられている図のようなコンデンサがある。 また、極板の面積A、間隔dの平行板コンデンサの電気容量Cは、

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



で表せる。このとき、電場のエネルギー密度 $u_{\rm E}$ を求め、 ε_0 と E だけを用いて表しなさい。

[解] 与えられた式と V = Ed から、コンデンサに蓄えられるエネルギーUは、

$$U=rac{1}{2}\ CV^2=rac{1}{2}\cdot\left(arepsilon_0\ rac{\mathrm{A}}{d}
ight)\cdot(\mathit{Ed})^2=rac{1}{2}\,arepsilon_0\mathrm{E}^2\cdot(\mathrm{A}d)$$
 と表せる。

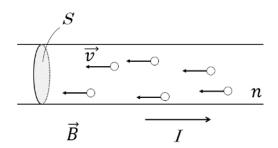
よって、単位体積あたりのエネルギー、

すなわち電場のエネルギー密度ugは、

$$u_{\rm E} = \frac{U}{{
m A}d} = \frac{1}{2} \, \varepsilon_0 {
m E}^2$$

$$u_{\rm E} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

問 10 磁場 \vec{B} の磁界に置かれた断面積 S の一様な導線の中を、単位体積あたり n 個の自由電子(電荷 -e)がドリフト速度 \vec{v} で移動しているとき、以下の問いに答えなさい。



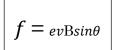
(1) 電流 I の大きさを求めよ

$$[解] I = enSv$$

$$I = enSv$$

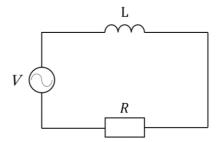
(2) ドリフト速度 \overrightarrow{v} と磁場 $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ が $\boldsymbol{\theta}$ の角度であるとき、電子に働く力 f の<u>大きさ</u>を求めよ

$$f = evBsin\theta$$



*

問 11 図のような回路で実効値 $V_{\rm e}=100[{
m V}]$ の交流電圧を加える。抵 抗 $R = 100[\Omega]$ 、コイルのインダクタンス L = 0.5[H]、角周波数 $\omega = 100\pi [rad/s]$ のとき、回路に流れる電流の実効値 $I_e[A]$ を求 めなさい。



[解] 抵抗 $R = 100[\Omega]$ 、コイルの誘導リアクタンス $\omega L = 50\pi[\Omega]$ また、R、Lは直列だから流れる電流は等しく、

$$V_{\rm e} = RI_{\rm e} \sin \omega t + \omega LI_{\rm e} \cos \omega t$$

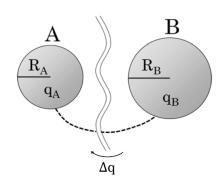
= $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} I_{\rm e} \sin(\omega t + \varphi)$
ゆえに 100 = $\sqrt{100^2 + (50\pi)^2} I_{\rm e}$

$$\therefore I_{\rm e} = \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}}$$

$$I_{\rm e} = \frac{2}{\sqrt{\pi^2 + 4}} \left[A \right]$$

※

間 12 右図のように、互いに十分離れた半径 RA、RBの導体球 A と B があり、それぞれ電荷 qA、qB が与えられている。導体球 A, B を導線でつないだところ、BからAへ電荷がΔgだけ移動した。 このとき RA、RB、qA、qB、Δq が満たすべき関係式を導け。(導 体球 A, B が互いの電荷分布に与える影響は無視できるものと する。)



[解] 電荷が Δq だけ移動した後の導体球 A、B の電位 V_{A}' 、 V_{B}' は、

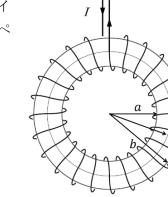
$$V_{A'} = k \frac{q_A + \Delta q}{R_A}$$
 $V_{B'} = k \frac{q_B - \Delta q}{R_B}$

電荷の移動後は等電位となっているから、 $V_{A'} = V_{B'}$

ゆえに、
$$k \frac{q_A + \Delta q}{R_A} = k \frac{q_B - \Delta q}{R_B}$$

$$\therefore \frac{q_A + \Delta q}{R_A} = \frac{q_B - \Delta q}{R_B}$$
 を満たしている必要がある。

問 13 図のような N 巻きのトロイドに電流 I が流れている。このトロイド内部の磁場 B を、中心からの距離を r (a < r < b)とし、アンペールの法則を用いて求めよ



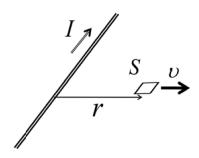
[解] 半径rの円を閉曲線Cとして磁場Bを周回積分すると、

$$\oint_c Bds = 2\pi r B$$
 であるから、アンペールの法則より、 $2\pi r B = \mu_0 N I$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

問 14 まっすぐに張った無限に長い導線に、強さIの電流を流す。導線を含む面内に微小な面積Sを持つひと巻きコイルを置き、一定の速さvで導線から遠ざけた(右図)。 導線からコイルの中心までの距離がrのとき、コイルに生じる誘導起電力Vの大きさを求めよ。

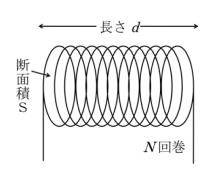


[解] 磁場 B は、B =
$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$
 と表せるから、

磁束
$$\Phi_{\rm B}$$
は、 $\Phi_{\rm B}$ = BS = $\frac{\mu_0 IS}{2\pi r}$

よって
$$V_r$$
= $-rac{d\Phi_{
m B}}{dt}$ = $-rac{d\Phi_{
m B}}{dr}rac{dr}{dt}$ = $rac{\mu_0 ISv}{2\pi r^2}$

問 15 長さ d 、断面積 S 、単位長さあたり n 巻き、総巻き数 N 、自己 インダクタンス Lのソレノイドがある。このソレノイドに電流 I が流れているとき、 $\frac{1}{2}II_2$



の磁場エネルギーが蓄えられている。ソレノイド内部の磁場をBとするとき、これを用いてソレノイド内部の磁場のエネルギー密度 u_B を求め、 μ_0 とBだけを用いて表しなさい。

[解] ソレノイド内部の磁場 B は、 $B = \mu_0 nI$

自己インダクタンス
$$\mathbf{L} = \frac{N\Phi_{\mathrm{B}}}{I} = \frac{NBS}{I} = \mu_0 n^2 S d$$

よって磁場のエネルギーをUとすると、

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \cdot (\mu_0 n^2 S d) \cdot \left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \cdot (S d)$$

ゆえに、磁場のエネルギー密度upは、

$$u_{\rm B} = \frac{U}{\mathrm{S}d} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$u_{\rm B} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

注 問題・解答が正確でない可能性があります。ご注意下さい。 問題番号の上に※をつけた問題は解答に自信がありません。分かる方はご協力願います。