

電磁気学 2012 中間試験 ①

- ※1: 文末に(単位)と書いてある問題はすべて単位を付けて答えること。
※2: 特にことわりがない限り、すべて真空中での実験と考えて解答せよ。
※3: 以下の物理定数は文中における記載の有無に関わらず使える。

{クーロンの法則における比例定数 k
{重力加速度 g

問1 以下の物理量を表わすのに適当な単位を答えなさい。なお、(B)以外
はすべてアルファベット1文字で解答すること(5点)

- (A) 電荷 Q
(B) 電場 E
(C) 電位(電位差) V
(D) コンデンサの電気容量(接頭語は付けなくてよい)
(E) エネルギー

(A) C// (B) V/c// (C) V// (D) F// (E) J//

問2 一様な電場内で、電場の方向に2[m]離れた2点間の電位差が
10[V]だった。このとき以下の問いに答えなさい(4点)

(1) 電場の強さを求めなさい(単位)

$$E = V/d = 10/2 = 5 [N/C] //$$

(2) この電場に置かれた+1[C]の電荷が受ける電気力の大きさを
求めなさい(単位)

$$F = qE = 5 [N] //$$

問3 2枚の極板(導体の板)がある。一方の極板で静止していた点電荷
(質量 m , 電荷 $+Q$) が電位差 V の極板間を電気力のみを受けて移
動したとする。反対側の極板に到達する直前の点電荷の速度を求
めなさい(2点)

$$QV + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\therefore v = \sqrt{2QV/m} //$$

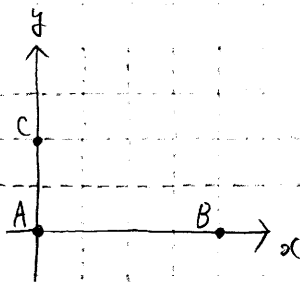
問4 電気容量 $1[\mu\text{F}]$ のコンデンサに電圧 $100[\text{V}]$ を加えた。このとき、コンデンサに蓄えらる電荷を求めなさい (単位) (2点)

$$Q = CV \text{ より } Q = 1 \times 10^{-6} \times 100 = 10^{-4} [\text{C}] //$$

問5 あるコンデンサに $20[\text{V}]$ の電位差を加えたところ $10^{-4}[\text{C}]$ の電荷が蓄えられた。このコンデンサの電気容量を求めなさい (単位) (2点)

$$Q = CV \text{ より } C = Q/V \quad \therefore C = 10^{-4}/20 = 5 \times 10^{-6} \\ = 5 [\mu\text{F}] //$$

問6 右図に示すように x, y 平面上に点電荷 A, B, C を置いた。 A, B, C の電荷がそれぞれ $+4[\text{C}]$, $+12[\text{C}]$, $-4[\text{C}]$ のとき、点電荷 A に働く電磁力の大きさを求めなさい。図中の目盛りは $1[\text{cm}]$ ごとに引かれてい



る。7-ロシの法則における比例定数を $k = 9 \times 10^9 [\text{Nm}^2/\text{C}^2]$ として計算しなさい (単位) (10点)

$$Q_{AB} = k \cdot 4 \cdot 12 / 16 = 3k$$

$$Q_{AC} = k \cdot 4 \cdot (-4) / 4 = -4k$$

$$\therefore Q_A = \sqrt{(3k)^2 + (-4k)^2} = 5k = 4.5 \times 10^{10} [\text{C}] //$$

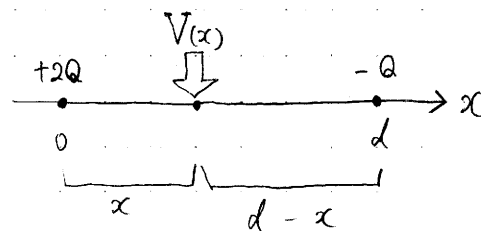
問7 下図のように x 軸上の2点 ($x=0, d$) に2つの点電荷 $+2Q, -Q$ を配置した。このとき、 x 軸上の点電荷に挟まれた領域 (すなわち、 $0 < x < d$ の範囲) の任意の点における電位 $V(x)$ を求めよ (10点)

$$V_{(左)} = 2kQ/x$$

$$V_{(右)} = -kQ/(d-x)$$

$$V(x) = V_{(左)} + V_{(右)}$$

$$= kQ \cdot \frac{2d - 3x}{x(d-x)} //$$

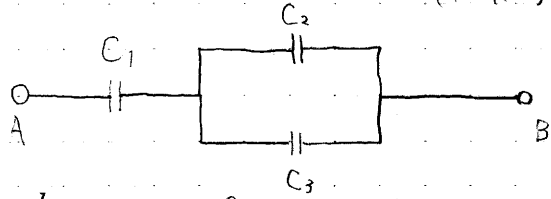


電磁気学 2012 中間試験 ②

問8 電気容量がそれぞれ C_1, C_2, C_3 の3つのコンデンサを下図のように接続した。このとき、A-B間の合成容量を求めなさい。(10点)

C_2, C_3 の合成容量 C_{23} は、

$$C_{23} = C_2 + C_3$$

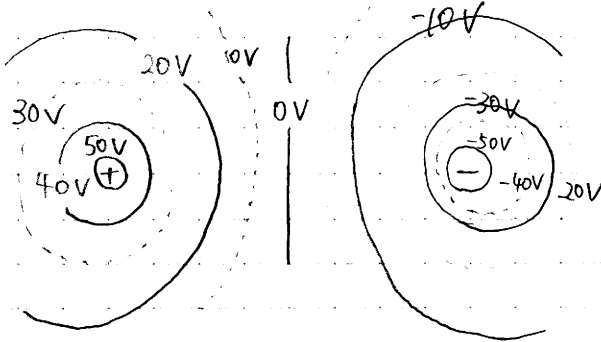


C_1 と C_{23} の合成容量 C_{123} は、

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3} = \frac{C_2 + C_3 + C_1}{C_1(C_2 + C_3)}$$

$$\text{よって、} C_{123} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

問9 下図のような等電位線をもつ電場において、 $+5[C]$ の電荷を「点A → 点B → 点C → 点D → 点A」という経路を破線の矢印に沿って一周させたとする。このとき、1Xの問に答えなさい。(単位) (9点)



(1) 各区間において電場がした仕事 ($W_{A \rightarrow B}, W_{B \rightarrow C}, W_{C \rightarrow D}, W_{D \rightarrow A}$) を求めなさい。

$$W_{A \rightarrow B} = 100 \text{ J} \quad W_{B \rightarrow C} = -350 \text{ J} \quad W_{C \rightarrow D} = 0 \text{ J}$$

$$W_{D \rightarrow A} = 250 \text{ J}$$

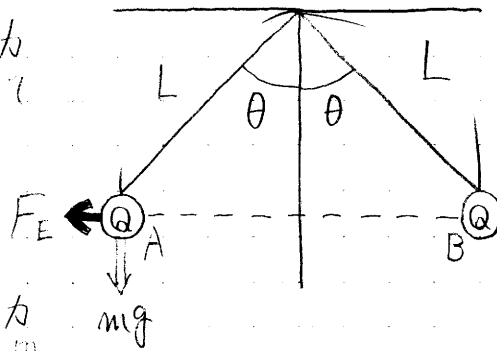
(2) 点Aを出発して、再び点Aに戻ってくるまでに電場がした仕事の総和を求めなさい。

$$100 + (-350) + 0 + 250 = 0 \text{ J}$$

問10 質量 m の金属小球 A, B が右図のように天井から長さ L の糸でつり下げられている。 A, B に等しい正電荷 Q を与えたところ、2本の糸はそれぞれ鉛直線と θ の角をなして静止した。このとき、以下の問いに答えなさい。(9点)

- (1) 金属小球 A に作用するクーロンの力(電気力) F_E を m, g, θ を用いて表しなさい。

$$F_E = mg \cdot \tan \theta //$$



- (2) 金属小球 A に作用するクーロンの力(電気力) F_E を k, L, Q, θ を用いて表しなさい。

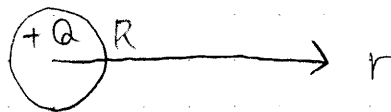
$$F_E = \frac{kQ^2}{(2L \sin \theta)^2} //$$

- (3) 金属小球に与えられた電荷 Q を k, m, g, L, θ を用いて表しなさい。

(1), (2) より, $\frac{kQ^2}{4L^2 \sin^2 \theta} = mg \tan \theta$

$Q > 0$ より, $Q = 2L \sin \theta \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}} //$

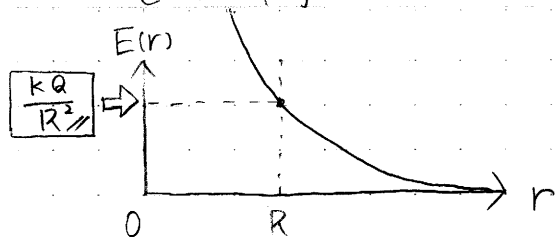
問11 半径 R の導体球に正電荷 $+Q$ を置いた。このとき以下の問いに答えなさい。(10点)



- (1) 導体球の中心からの距離 r における電場 $E(r)$ をもとめ空欄に記入しなさい(場合分けすること)。また電場 $E(r)$ を以下のグラフに図示し、空欄に適当な電場の大きさを記入しなさい。

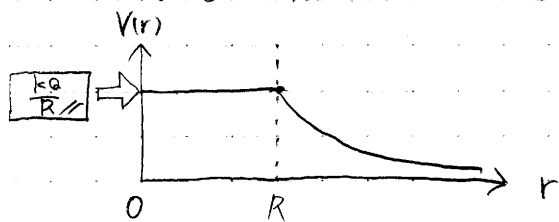
電磁気学

2012 中間 ③



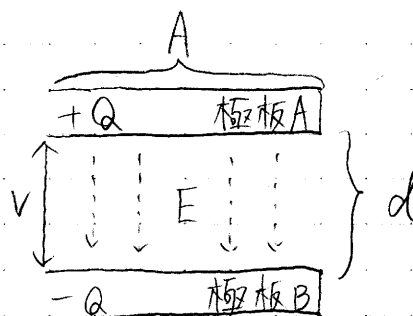
$$E(r) = \begin{cases} 0 // & (r < R) \\ \frac{kQ}{r^2} // & (r \geq R) \end{cases}$$

(2) 導体球の中心からの距離 r における電位 $V(r)$ をもとめ空欄に記入しなさい(場合分けすること)。また電位 $V(r)$ を以下のグラフに図示し、空欄に適切な電位の大きさを記入しなさい。



$$V(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{R} // & (r < R) \\ \frac{kQ}{r} // & (r \geq R) \end{cases}$$

問12 右図のように、極板の面積が A 、極板の間隔が d の平行板コンデンサを考える。いま、各極板に $+Q$ 、 $-Q$ の電荷が蓄えられている。このとき以下の問いに、 A, d, Q, k 及び問題文中で与えられた記号を使って答えなさい(7点)。



(1) 極板Aの電荷密度 σ を求めなさい

$$\sigma = \frac{Q}{A} //$$

(2) 極板間の電場の強さ E を Q を用いて求めなさい

$$E = 4\pi k \cdot \frac{Q}{A} //$$

(3) 極板Aと極板Bの電位差 V を Q を用いて求めなさい

$$V = 4\pi k d \cdot \frac{Q}{A} //$$

(4) このコンデンサの電気容量 C_0 を求めなさい

$$C_0 = \frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{A}{d} //$$

(5) 以下の作業を行ったときコンデンサの電気容量が変化した。
変化後の電気容量 C' を C_0 を用いて表しなさい。

(a) 極板の間隔を d から $2d$ に広げる

$$C' = \frac{C_0}{2} //$$

(b) 極板の面積を A から $2A$ に広げる

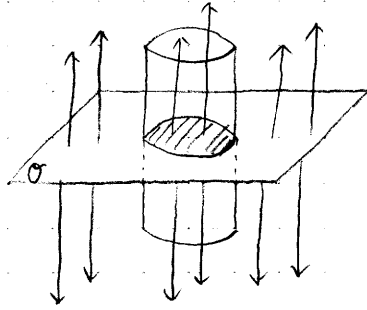
$$C' = 2C_0 //$$

(c) 極板 A と極板 B の間を比誘電率 ϵ_r の誘電体で完全に満たす

$$C' = \epsilon_r C_0 //$$

問13

無限に広い平面上に電荷が一様な面密度 σ で分布している。このとき平面の両側に、平面に垂直な一様電場 E が生じる。断面積 A の円柱を閉曲面としたガウスの法則を考えることにより、電場 E の大きさを求めなさい(10点)



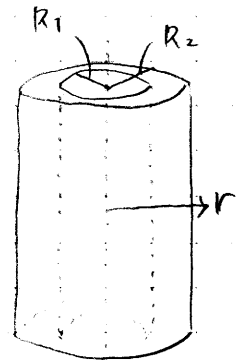
$$\Phi_E = EA \times 2 = 2EA$$

$$\Phi_E = 4\pi k\sigma A$$

$$\therefore E = 2\pi k\sigma //$$

問14 に続く $\rightarrow$

問14 半径がそれぞれ R_1, R_2 の無限に長い2つの円筒で構成されるコンデンサ(右図)について、以下の問いに答えなさい。なお、2つの円筒の軸は完全に一致しているものとする(10点)



(1) 半径 R_1, R_2 の円筒の単位長さあたりに蓄えられている電荷をそれぞれ $+Q, -Q$ とすると、軸からの距離 r ($R_1 < r < R_2$) における電場の大きさは

$$E(r) = 2kQ/r$$

と表わせるところを示しなさい。

ガウスの法則より

$$4\pi k \Delta Q = E \cdot \Delta S$$

ここで、

$$\Delta Q = Q \quad \Delta S = 2\pi r$$

したがって、

$$E = \frac{4\pi k Q}{2\pi r} = \frac{2kQ}{r} //$$

(2) このコンデンサの単位長さあたりの電気容量を求めなさい。

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr$$

$$= 2kQ \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{1}{r}\right) dr = 2kQ [\log r]_{R_1}^{R_2} = 2kQ \log \frac{R_2}{R_1}$$

$$Q = \left(2k \log \frac{R_2}{R_1}\right)^{-1} V = CV \text{ より}$$

$$C = \left(2k \log \frac{R_2}{R_1}\right)^{-1} //$$