

## 微分積分学 I レポート問題

注意:

- レポートは 7 月 9 日 (火) 講義終了時に直接提出すること.
- レポート内容は A4 用紙 2 枚以内にできるだけ簡潔にまとめること.
- 名前と学籍番号を必ず書くこと.

- (1) 数列  $\{a_n\}_{n=1,2,\dots}$  を  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$  で定める. この数列がコーシー列であることを証明せよ.
- (2) 実数のある部分集合  $I \subset \mathbb{R}$  で定義された連続関数  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  が,  $a \in I$  において  $f(a) > 0$  を満たすとする. このとき, 以下が成り立つように実数  $\delta > 0$  が選べることを証明せよ:  $x \in I$  が  $|x - a| < \delta$  を満たすならば,  $f(x) > 0$  が成り立つ.
- (3) 連続な関数  $f: (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  であって, 最大値も最小値もとらないものの例をあげよ.
- (4) 任意の実数  $a > 0$  に対して, 極限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x^a}$  が存在することを示せ.
- (5) 関数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  の  $x = 0$  におけるテイラー展開を求めよ.

以上.