2009年度 微分積分学I 期末試験（玉木） ①

1.

ロピタルの定理より、不定形なので、

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin(x^2)}{1-\cos^2 x}=\lim_{x\to0}\frac{\{\sin(x^2)\}'}{(\sin^2 x)'}=\lim_{x\to0}\frac{\cancel{2}x\cos x^2}{\cancel{2}\sin x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x}{\sin x}\times\cos x$$

$$=1$$ //

（別解） $$\frac{\sin(x^2)}{1-\cos^2 x}=\frac{\sin(x^2)}{\sin^2 x}=\frac{\sin(x)}{x^2}\times\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2$$

$$\underset{x\to0}{=}1 \quad (\because \lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1)$$

2. $$f(x,y)=\sinh(xy)=\frac{e^{xy}-e^{-xy}}{2}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=\frac{ye^{xy}+ye^{-xy}}{2}=y\left(\frac{e^{xy}+e^{-xy}}{2}\right)$$

$$=y\cosh(xy)$$ //

yについても同様にして

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=\frac{xe^{xy}+xe^{-xy}}{2}=x\left(\frac{e^{xy}+e^{-xy}}{2}\right)$$

$$=x\cosh(xy)$$ //

3. $$g(x,y)=\sin^{-1}\sqrt{(x^2+y^2)}$$

$$\frac{\partial g(x,y)}{\partial x}=\frac{1}{\sqrt{1-(x^2+y^2)}}\times\left\{\sqrt{(x^2+y^2)}\right\}'$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\times\frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{x}{\sqrt{(1-x^2-y^2)(x^2+y^2)}}$$ //

yについても同様にして、

$$\frac{\partial g(x,y)}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{(1-x^2-y^2)(x^2+y^2)}}$$ //