

2009年度 微分積分学I 期末試験 (玉木)

注意

- 全ての解答用紙に氏名と学籍番号を書くこと。
- 問題番号を明示してから解答を書くこと。
- 解答が終了次第提出して帰ってよい。

1. (10点) 次の極限を求めよ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos^2 x}.$$

2. (10点) 次の関数の偏導関数を求めよ

$$f(x, y) = \sinh(xy).$$

3. (10点) 次の関数の偏導関数を求めよ

$$g(x, y) = \sin^{-1}(\sqrt{x^2 + y^2}).$$

4. (15点) 次の関数の極値を求めよ

$$h(x) = e^{-x} \sin x.$$

5. (15点) 関数 $k(x, y) = x^2 + y^2 + 3xy - 2y$ の極値を求めよ.

6. (20点) $\ell(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$ とする. このとき, $\ell^{(n)}(0)$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

7. (20点)

(a) 曲面 $z = \frac{1}{xy}$ の $(x, y) = (a, b)$ における接平面の方程式を求めよ.

(b) (a) で求めた接平面と3つの座標平面 $x = 0, y = 0, z = 0$ で囲まれた4面体の体積を求めよ.