

平成 24 年度前期 力学（宗像）試験問題

解答用紙（A3）1 枚（両面記入可）に氏名・学籍番号と解答を記入して提出すること。解答用紙は必ず 1 枚にまとめよ。

問 1. 質量 m の雨滴が、重力加速度が g の一様重力場中で、空気から速度に比例する抵抗（比例係数を $C > 0$ とする）を受けながら落下運動している。鉛直下向きに x 軸をとり、 $t = 0$ で $x = 0$, $v = 0$ として以下の間に答えよ。

- (1) この物体の運動方程式を解き、速度 v と位置 x をそれぞれ時間の関数として求めよ。
- (2) $C \rightarrow 0$ の（空気抵抗が非常に小さい）とき、 $x \rightarrow gt^2/2$ （自由落下）となることを示せ（ $\delta \rightarrow 0$ の場合の $e^{-\delta}$ のマクローリン展開を用いる）。

問 2. 復元力が $F = -kx^3$ というばねにつけた質量 m のおもりが単振動している。以下の間に答えよ。

- (1) このばねの復元力は保存力である。ポテンシャルを求めよ。
- (2) おもりの力学的エネルギー E を、 x と \dot{x} で表せ。
- (3) この単振動の振幅 a を E 用いて表せ。

問 3. 2 次元の極座標系 (r, θ) で、質点の速度と加速度の成分はそれぞれ次式で与えられる。

$$v_r = \dot{r}, v_\theta = r\dot{\theta}, a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$$

質点の質量を m として、以下の間に答えよ。

- (1) この質点の運動エネルギー K を、 r , \dot{r} , $\dot{\theta}$ を用いて表せ。
- (2) 力 $\mathbf{F}(F_r, F_\theta)$ が作用するとき、力が質点に対して行う仕事 dW/dt は以下のように与えられる。

$$dW/dt = F_r v_r + F_\theta v_\theta = m(a_r v_r + a_\theta v_\theta)$$

$dW/dt = dK/dt$ であることを示せ（仕事－エネルギー定理）。

- (3) \mathbf{F} が万有引力ポテンシャル $U = -GmM/r$ から導かれる保存力の時、 $dW/dt = -dU/dt$ であり、したがって力学的エネルギー $E = K + U$ が一定に保たれる（ $dE/dt = 0$ ）ことを示せ。

問 4. 固定軸周りの慣性モーメントが I で半径が r の定滑車に長い糸をかけ、両端に質量が m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) のおもりをつるす。糸は円板を滑らないとして、以下の間に答えよ。

- (1) 円板とおもりの運動方程式を書け。
- (2) おもりの加速度 (\ddot{z}_1) を求め、糸が滑り円板が回転しない（あるいは滑車の質量が無視できる）場合と比べよ。
- (3) 静止状態から m_1 が h だけ落下 (m_2 が h だけ上昇) した時のおもりの運動エネルギーの合計を求めよ。
- (4) (3) の運動エネルギーと位置エネルギーの減少分の差が円板の回転運動のエネルギーに等しいことを示せ。