

# 平成 22 年度前期 力学（宗像）試験問題

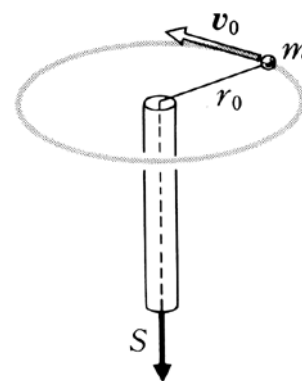
解答用紙 (A3) 1 枚 (両面記入可) に氏名・学籍番号と解答を記入し提出すること。  
2 枚以上にわたる解答用紙は受け取らないので注意すること。

問 1.  $xy$  平面上で半径  $a$ 、角速度  $\omega$  の円運動をしている質量  $m$  の質点の座標は、 $x = a \cos \omega t$ ,  $y = a \sin \omega t$  で与えられる。以下の問に答えよ。

- (1) この質点の運動方程式が、質点の位置ベクトル  $\mathbf{r}$  を用いて  $m\ddot{\mathbf{r}} = -k\mathbf{r}$  と書けることを示せ (単振動型運動方程式)。ただし  $k = m\omega^2$  である。
- (2) (1) の運動方程式のみを用いて、 $E = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)/2 + k(x^2 + y^2)/2$  が一定であることを示せ。 $E$  の物理的意味は何か？また、 $E$  を  $k$  と  $a$  で表せ。
- (3) 角運動量  $l_z = xp_y - yp_x$  を求め、それが一定であることを示せ。
- (4) 半径  $a$  が 2 倍になると、 $E$  と  $l_z$  はそれぞれ何倍になるか。

問 2. 鉛直な細い管を通したひもの先端に質量  $m$  の小石をつけ、水平面内で半径  $r_0$ 、速さ  $v_0$  の等速円運動をさせる。小石に働く重力は無視し、ひもと管の間に摩擦はないものとする。

- (1) 小石の角運動量  $l$  を求めよ。
- (2) このひものに張力  $S$  (小石に対する中心力) を加えてゆっくり引っ張り、円運動の半径を  $r_1 (< r_0)$  に縮めたときの小石の速さ  $v_1$  を求めよ。
- (3) 円運動の半径が  $r$  のときのひもの張力を  $m, l, r$  で表し、半径を  $r_0$  から  $r_1$  に縮めるために必要な仕事を計算せよ。
- (4) 上の仕事が半径の減少にともなう運動エネルギーの変化分に等しいことを示せ。

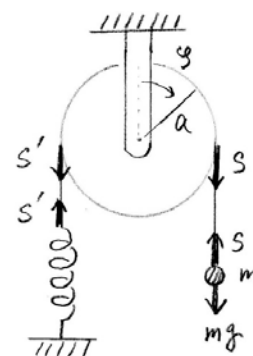


問 3. 自然長が  $l_0$ 、ばね定数が  $k$  の重さを無視できるばねの一端を床に固定し、他端に糸をつけてこれを半径が  $a$ 、中心軸まわりの慣性モーメントが  $I$  の定滑車にかける。糸の先に質量  $m$  のおもりをつるし、おもりをつりあいの位置から  $x$  だけ下方に引いて手を放したところ、おもりは上下に振動を始めた。糸は滑車を滑らず、滑車がおもりの振動とともに回転するとして、以下の問に答えよ。

- (1) おもりの振動の周期はいくらか？
- (2) 次式で与えられる力学的エネルギーが保存していることを示せ。

$$E = \frac{1}{2}I\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - mgx + \frac{1}{2}k(l + x - l_0)^2$$

ここで、 $l$  はおもりのつりあいの位置でのばねの長さである (伸びの長さは  $l - l_0$ )。



問 4. 重心周りの慣性モーメントが  $I_G$  の剛体 (半径  $r$ 、質量  $M$ ) が、水平面と角  $\theta$  をなす斜面をすべらず転がりながら最大傾斜線に沿って登って行く。 $t = 0$  で斜面に沿って運動する重心の初速度が  $v_0$  であったとして、以下の問に答えよ。

- (1)  $t = 0$  の位置から剛体が静止するまでに上昇する高さを求めよ。
- (2) 剛体の全エネルギーが保存していることを示せ。