

力学（宗像）小テスト問題（2013年6月20日）

原点から $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ の位置にある質量が m_1, m_2 の二質点が、それぞれ相手からの内力 $\mathbf{F}_{12}, \mathbf{F}_{21}$ のみを受けて運動している質点系について、以下の問に答えよ。

- (1) 二質点の運動方程式を書け。
- (2) 二質点の相対座標 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ が $\mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_{12}$ にしたがうことを示せ。ここで μ は換算質量 $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ である。
- (3) この質点系の全運動量（二質点の運動量の和）が保存する（一定に保たれる）ことを示せ。

(1) $m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{F}_{12}$... ①
 $m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{F}_{21}$... ②

(2) $\textcircled{2} \times \frac{m_1}{m_1 + m_2} - \textcircled{1} \times \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ より
 $\mu (\ddot{\mathbf{r}}_2 - \ddot{\mathbf{r}}_1) = \mathbf{F}_{12}$
 $\therefore \mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_{12}$

(3) $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ より
 $m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 + m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = 0$
 $\therefore m_1 \dot{\mathbf{r}}_1 + m_2 \dot{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{C}$ (C: 積り定数)
 $= (\text{一定})$
 したがって 全運動量は保存する

3/3