(1) $\dot{e}_r = -\dot{\theta}\sin\theta\, i + \dot{\theta}\cos\theta\, j = \dot{\theta} e_\theta$

$\dot{e}_\theta = -\dot{\theta}\cos\theta\, i - \dot{\theta}\sin\theta\, j = -\dot{\theta} e_r$ //

(2) $v = \dot{\mathbf{r}} = \dot{r} e_r + r \dot{e}_r$

$= \underbrace{\dot{r}}_{v_r} e_r + \underbrace{r\dot{\theta}}_{v_\theta} e_\theta$ となる∴ $v_r = \dot{r}$, $v_\theta = r\dot{\theta}$ //

(3) $a = \ddot{\mathbf{r}} = \ddot{r} e_r + \dot{r}\dot{e}_r + (\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) e_\theta + r\dot{\theta}\dot{e}_\theta$

$= \ddot{r} e_r + \dot{r}\dot{\theta} e_\theta + (\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) e_\theta - r\dot{\theta}^2 e_r$

$= \underbrace{(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)}_{a_r} e_r + \underbrace{(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})}_{a_\theta} e_\theta$ となる.

よって. $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$ //

(4) r方向： $m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -\frac{GmM}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = F_r$ —①

θ方向： $\frac{m}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 0 = F_\theta$ —②

②式から、$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 0 \Leftrightarrow r^2\dot{\theta} = $ 一定。

よって、中心力しか物体に働かないとき、角運動量が保存する。//

4/4

①から、$r^2\dot{\theta} = h$ とおき、$\dot{\theta} = \frac{h}{r^2}$ とおくて.

$\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{h^2}{r^3} = -\frac{GM}{r^2}$

さて、$\frac{d}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d}{d\theta} = \frac{h}{r^2} \cdot \frac{d}{d\theta}$ だから、