

理想測定

2012 年 3 月 16 日

1 イントロ

量子測定問題の基礎となる理想測定 an Ideal Measurement について定義しておく。

2 量子論の基礎

量子論における状態の時間発展には二つの種類がある。

一つは、シュレディンガー方程式等によって決まるユニタリな時間発展

もう一つは、“測定”によって行われる時間発展

なぜ測定だけが特別なのかは分からないが、実際問題として、測定だけを特別視しないと実験結果と合わない。

ユニタリ変換のみでの時間発展の記述だけでは量子力学は**不完全**で正しい予言を与えない。

後に述べる Heisenberg Cut の任意性から測定がいつ行われているかというのが分からなくても、合成系に量子測定理論を用いさえすれば正しい予言を与える。(と考えられている。)

一方で、本当はいつ測定がおこなわれているのかというのは深刻な疑問でもあるが、解決していない？(僕の勉強不足かも知れない)

3 理想測定

量子測定問題の基礎となる理想測定を定義する。物理量 Q を表現する演算子を $\hat{Q}$ とする。

ある状態 $|\psi\rangle$ に対し、 $\hat{Q}$ を測定して物理量 q を観測する確率は

$$P(q, \psi) = \begin{cases} \|\hat{P}(q)|\psi\rangle\|^2 & q \text{ is one of the eigenvalues of } \hat{Q} \\ 0 & q \text{ is not one of the eigenvalues of } \hat{Q} \end{cases}$$

であたえられる。

ただし、 $\hat{P}(q)$ は固有値 q の固有空間への射影演算子

測定後の状態は

$$|\psi_q^{ideal}\rangle = \frac{1}{\sqrt{P(q, \psi)}} \hat{P}(q) |\psi\rangle$$

で与えられる。(射影仮説)

この時演算子

$$\rho_{q,\psi}^{ideal} = |\psi_q^{ideal}\rangle \langle \psi_q^{ideal}| = \frac{1}{P(q,\psi)} \hat{m} P(q) |\psi\rangle \langle \psi| \hat{P}(q)$$

は密度演算子と呼ばれる。(その意味は別の所で)

この様にある値を得る確率 $P(q, \psi)$ 、測定後の状態 $|\psi_q^{ideal}\rangle$ が定まる測定を **an ideal measurement**(理想測定) や、**a projective measurement** (射影測定) という。

”理想”という言葉が表している通り、現実の測定はこの仮定に従っていない(ことが実験で分かっている)。

正確には閉じた系に理想測定を適応しても正しい結果を与えず、測定系との合成系に対して用いる必要がある。

注意:この測定の事を a first-kind measurement (第一種測定) と呼ぶ文献もあるが、普通は他のある測定を指していることが多い。

4 疑問点とか

ここでは、これこれこういう時間発展をする”外系”からの相互作用を〜と定義すると書いているだけで、その具体例や本当にその様な時間発展するのかというのは、実験によってのみ確認できる。おいおい、参考論文を追加する予定。