

解答用紙の表右上に 1、2 と番号をつけること。2 枚とも、白紙でも名前を書いて提出すること

- [1](a) 質量 m の $N + 1$ 個の質点が 1 次元方向に N 個のバネで結合して振動している。バネ定数は K とする。 n 番目の質点の変位を q_n とし、それが満たす運動方程式を記述せよ。
(b) 差分を微分に置き換える連続体極限をとることにより、変位 $q(x)$ が満たす波動方程式が得られるが、それを記述せよ。

- [2] デルタ関数 $\delta(x)$ をガウス分布関数の極限として定義する。

$$\delta(x) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4\pi a}} e^{-\frac{1}{4a}x^2}$$

- (a) この $\delta(x)$ を用いて以下の積分 I を計算せよ。

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x) e^{-ixy}$$

- (b) $f(x) = 1$ のフーリエ変換 $F(y)$ を求めよ。また、フーリエ変換の定義も明記せよ。

- [3](a) 一次元 x 軸方向の細い棒に沿ってたて波（疎密波）の速度をヤング率 E と棒の密度 ρ を用いて表すことを考える。一次元方向への変位を u とするとき、応力 σ_{xx} と変位 u の x 方向の微分は以下の式で表されるが、これを説明せよ。（但し、応力 σ_{xx} とは x 軸に垂直な面に対し、 x 方向にかかる圧力のことである。）

$$\sigma_{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

- (b) 棒を伝わるたて波の速度 v_l を波動方程式を表示して、求めよ。
(c) 弾性的に 0.1 % だけ引き延ばした針金にそって伝わるたて波の速度 v_l と横波の速度 v_t を以下のパラメータを用いて表し、その比を求めよ。但し、この針金のヤング率を E 、密度を ρ 、線密度を η 、断面積を S とする。張力 T と応力 σ には $T = \sigma S$ の関係がある。
(d) 棒の長さ L とし、両端は固定されている場合のたて波の角振動数 ω を求めよ。