

2008 年度夏学期 数学 II 第 1 学期期末試験

下川航也

○試験時間は 90 分である。持ち込み不可。

[1] (1) 次の 4 次行列 A_4 の行列式を求めよ。さらに、 A_4 が正則かどうか判定し、正則な場合には逆行列を求めよ。

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) 同様に n 次行列 $A_n = (a_{ij})$ が

$$a_{ij} = |i - j| + 1$$

で与えられているとする。 A_n の行列式を求めよ。

[2] 次の連立一次方程式を解け。ただし、係数行列の行列式は 0 でないとする。

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = 1 \\ bcx + cay + abz = abc \end{cases}$$

[3] $A = (a_{ij})$ を n 次上三角行列とする。(つまり $i > j$ のとき、 $a_{ij} = 0$ を満たす。)

(1) A が正則であるための必要十分条件を述べよ。

(2) A が正則であるとき、 A の逆行列も上三角行列となることを示せ。

[4] A を n 次行列とする。 $|{}^t A| = |A|$ を示せ。

[5] V を実ベクトル空間とし、 $v_1, \dots, v_r$ を V の 1 次独立なベクトルとする、 $A = (a_{ij})$ を r 次行列とし、 V のベクトル $w_1, \dots, w_r$ を、

$$w_i = a_{i1}v_1 + \dots + a_{ir}v_r$$

で定める。このとき、 $w_1, \dots, w_r$ が 1 次独立であるための必要十分条件は、 A が正則であることを示せ。

以上