

力学

- 時刻 $t = 0$ において、地表から初速度 v_0 で鉛直上方に物体を打ち上げる。
 - この物体が地表から高さ z に到達したときの速度 v を v_0 、地球の半径 R 、地表における重力加速度 g で表わせ。但し、空気の抵抗は無視する。
 - この物体が $z = \infty$ まで到達できるための最小の v_0 の値 v_e の値を求めよ。但し、 $g = 9.8m/s^2$ 、 $R = 6.4 \times 10^6m$ とする。 (v_e を地球重力からの脱出速度という。)
 - $v_0 = v_e$ の場合に z を t の関数として求めよ。
 - (3) で求めた z を t についての Taylor 展開の 3 次の項まで求め、その物理的意味を述べよ。
- 静止している飽和水蒸気中を雨滴が落下する。雨滴の表面には、単位時間・単位表面積あたり質量 σ の水蒸気が付着する。
 - 雨滴は単位体積当たりの質量が ρ の一様な球であるとし、時刻 $t = 0$ における半径を a_0 とすると時刻 t における半径 a は、 $a = a_0 + kt$ 、(但し $k = \sigma/\rho$) で与えられることを示せ。
 - 雨滴と水蒸気の系の運動量変化と力積の関係式から、時刻 t における雨滴の位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ の満たす微分方程式を求めよ。但し、鉛直上方を z 軸の正方向とする。
 - 時刻 $t = 0$ における雨滴の速度 $\vec{v}_0 = (u, 0, w)$ 、位置 $\vec{r}_0 = (0, 0, h)$ として、時刻 t における雨滴の速度 $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ 、位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ を求めよ。
- ビリヤードの問題を考える。但し、ビリヤード球は半径 a 、質量 M の一様な球であるとし、ビリヤード球とビリヤード台の間には、ビリヤード球が滑る場合には大きさ $\mu' Mg$ (μ' は動摩擦係数) の抵抗が働くが、滑らない場合には抵抗が働かないものとする。
 - ビリヤード球の慣性モーメント I が $I = \frac{2}{5}Ma^2$ で与えられることを示せ。
 - 時刻 $t = 0$ において、静止したビリヤード球の重心を含む鉛直面内において、ビリヤード台からの高さ h の点を水平方向にキューで突き、瞬間的に力積 J を加える。力積を加えた直後のビリヤード球の速度 v_0 と角速度 ω_0 を求めよ。
 - その後の時刻 t におけるビリヤード球の速度 v と角速度 ω を求め、ビリヤード球がどのように運動するか説明せよ。