物理学 (力学)　教官名　森松　治　9月3日2時限　試験時間90分

理科Ⅰ類26・28・29組　解答用紙　両面2枚　計算用紙1枚　持ち込み不可

1．おもりの質量が m、糸の長さが ℓ であるような振り子の運動を考える。おもりは、糸の張力によって、常に糸の視点 O を中心とする半径 ℓ の円周上に束縛されている。

(1) 振り子の揺れ角を φ として、エネルギー保存の関係式を表せ。

(2) 糸の長さが $0.2m$、φ=0 のときの重りの速度が $1.4m/s$ であるとする。このとき、φ の取りうる値の範囲を求めよ。

(3) 振り子の揺れ角 φ がちいさいとして、振り子の周期を求め、周期は、振り子の長さ ℓ には依存するが、振動の振幅には依存しないことを示せ。

2．時刻 t=0 において、地表から初速度 v_0 で鉛直上方に物体を打ち上げる。

(1) この物体が地表から高さ z に到達したときの速度 v を v_0、地球の半径 R、地表における重力加速度 g で表せ。但し、空気の抵抗は無視する。

(2) この物体が z=まで到達できるための最小の v_0 の値 v_e（地球重力からの脱出速度）の値を求めよ。但し、$g = 9.8m/s^2$、$R = 6.4 \times 10^6 m$ とする。

(3)$v_0 = v_e$ の場合に

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{2gR^2}{R+z}}$$

が成り立つことを示し、z を t の関数として求めよ。

(4)(3) で求めた z を t についての Taylor 展開の3次の項まで求め、その物理的意味を述べよ。

3．質量 M_0 の機関銃に質量 Δm の球を N 発込めて水平面上に置く。弾は機関銃に対して相対速度 u で、Δt の間隔で自動的に連射される。連射速度は十分速く、単位時間当たり質量 $k = \Delta m/\Delta t$ の割合で連続的であると見なせるとし、$T = N\Delta t$、$M_1 = N\Delta m$ とする。（$k = M_1/T$）また、機関銃が水平面を滑るときの摩擦係数を μ' とする。

(1)n 回目と $n+1$ 回目の発射直後の機関銃の速度をそれぞれ v_n、v_{n+1} とするとき、$\Delta v = v_{n+1} - v_n$ は、微小量についての一次の近似でどのように与えられるか。また、$t = n\Delta t$ として、機関銃の速度 $v(t)$ に対する微分方程式を導け。

(2)(1) で導いた微分方程式を解くことにより、時刻 t における機関銃の速度 $v(t)$ を求めよ。

(3) 弾を撃ち終えたとき、機関銃はどれだけ移動したか。