

物理学(力学) 教官名 森松 治 9月2日4時限 試験時間90分
理科II・III類14・15組 解答用紙 両面2枚 計算用紙1枚 持ち込み不可

1. スカイダイビングの問題を考える。質量 m のダイバーが時刻 $t = 0$ において高さ x_0 から初速度 $v = 0$ で落下する。落下の際、速度 v の2乗に比例する摩擦力 $-cv^2$ が働くものとする。但し、 c は比例定数で 0.24kg/m 、重力加速度 g の大きさは 9.8m/s^2 とする。

(1) 時刻 t におけるダイバーの速度を求めよ。

(2)(1)の結果を t について3次までテーラー展開し、その物理的意味を述べよ。

(3) 質量 60kg のダイバーの終端速度は何 km/h になるか。

(4) 時刻 t におけるダイバーの高さを求め、高さを時間の関数として図示せよ。

2. 静止している飽和水蒸気中を雨滴が落下する。雨滴の表面には、単位時間・単位表面積あたり質量 σ の水蒸気が付着する。雨滴は単位体積あたりの質量が ρ の一様な球であるとし、時刻 $t = 0$ における半径を a_0 とすると時刻 t における半径 a は、 $a = a_0 + kt$ 、(但し $k = \sigma/\rho$) で与えられる。

(1) 雨滴と水蒸気の系の運動量変化と力積の関係式から、時刻 t における雨滴の位置 z の満たす微分方程式を求めよ。但し、鉛直下方を z 軸の正方向とする。

(2) 時刻 $t = 0$ における雨滴の速度を v_0 、位置を z_0 とし、時刻 t における雨滴の速度 v_z 、位置 z を求めよ。

3. 平面上の質量 m の質点の運動を考える。質点の位置ベクトルが \vec{r} のとき、質点には力 $\vec{F} = -k\vec{r}$ が働くとする。

(1) 極座標 (r, θ) を用いて角運動量保存、エネルギー保存の関係式を表せ。但し、初期条件より、角運動量の大きさは ℓ 、エネルギーは E で与えられるとする。

(2)(1)の結果を用いて、 r の変化する範囲を ℓ, E を用いて表せ。

(3) 質点が x 軸上にあるときに r が最大となるように、座標軸を決めるとする。このとき(質点が x 軸上にあるとき)の質点の x, y 軸方向の速度 v_x, v_y を ℓ, E を用いて表せ。

(4) 質点の運動の軌道を求めよ。(ヒント：直交座標系において、 x, y 軸方向の運動は独立な単振動となる。)