

物理学(力学) 教官名 森松 治 9月1日2時限 試験時間90分
理科I類11組 II、III類13組 解答用紙 両面2枚 計算用紙1枚 持ち込み不可

1. バネ定数 k のバネに質量 m の質点がつけられている。つりあいの位置からの質点の変位が x のとき、質点には復元力 $-kx$ が働き、摩擦力は働かない。時刻 $t = 0$ において変位 $x(0) = x_0$ 、速度 $v(0) = v_0$ とする。

(1) 時刻 t における変位 $x(t)$ を求めよ。

(2) さらに外力 $F_{ext}(t) = F_0 \cos \omega t$ を加えたときの $x(t)$ を求めよ。但し、 $\omega \neq \omega_0$ ($\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$) とする。

(3) (2) で $x_0 = v_0 = 0$ 、 $\omega = 11 \text{ sec}^{-1}$ 、 $\omega_0 = 9 \text{ sec}^{-1}$ のとき、 $0 \leq t \leq 2\pi \text{ sec}$ に対する $x(t)$ を t を横軸、 x を縦軸に取り図示し、その物理的意味を説明せよ。

(参考 $\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{B-A}{2}$)

(4) (2) で $x_0 = v_0 = 0$ 、 $\omega \rightarrow \omega_0$ のときの $x(t)$ を求め、その物理的意味を説明せよ。

2. 時刻 $t = 0$ において、地表から初速度 v_0 で鉛直上方に質量 m の物体を打ち上げる。

(1) この物体が $z = \infty$ まで到達できるための最小の v_0 の値 v_e (地球重力からの脱出速度) を求めよ。但し、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ とする。

(2) $v_0 = v_e$ の場合に (エネルギー保存則を用いて) z を t の関数として求めよ。

(3) (2) で求めた z を t についての Taylor 展開の3次の項まで求め、その物理的意味を述べよ。

3. 摩擦のない机の上の小穴を通る十分に長い糸で連結された質量 m の2個の質点の系を考える。時刻 $t = 0$ において机の上の糸の長さが r_0 で、机の上の質点の速度は v_0 で糸に垂直であるとす。

(1) 机の上の質点が円運動をするための条件を求めよ。

(2) 時刻 t における机の上の質点の位置が小穴を原点とする極座標で (r, θ) と表されるとして、角運動量保存及びエネルギー保存の関係式を書け。

(3) (2) より机の上の糸の長さの変化する範囲を求めよ。

