

物理学(力学) 教官名 森松 治 9月3日4時限 試験時間90分
理科Ⅱ、Ⅲ類15・17組 解答用紙 両面2枚 計算用紙 1枚 持ち込み不可

1. 長さ l で単位当たりの質量 λ のロープを水平で滑らかな台に縁から x_0 だけ垂れ下がった状態に静かに置いた後のロープの運動を考える。ロープは曲がる時に抵抗を受けないものとする。

(1) 時刻 t において台から垂れ下がった部分のロープの長さが x ($x_0 < x < l$) であるとする。この時、ロープの運動エネルギーの変化率と重力による仕事率の間の関係式から、

$$l \frac{d^2 x}{dt^2} = gx$$

を導け。

(2) (1) で得られた運動方程式を解いて x を t の関数として求めよ。但し、 $t = 0$ において $x = x_0$ 、 $dx/dt = 0$ とする。

(3) $t = 0$ から $t = T$ までの x のふるまいを横軸に t 、縦軸に x を取って図示せよ。但し、 $T > \sqrt{\frac{l}{g}} \cosh^{-1} \frac{l}{x_0}$ とする。

2. 時刻 $t = 0$ において、地表から初速度 v_0 で鉛直上方に物体を打ち上げる。

(1) この物体が地表から高さ z に到達したときの速度 v を v_0 、地球の半径 R 、地表における重力加速度 g で表わせ。但し、空気の抵抗は無視する。

(2) この物体が $z = \infty$ まで到達できるための最小の v_0 の値 v_e の値を求めよ。但し、 $g = 9.8m/s^2$ 、 $R = 6.4 \times 10^6 m$ とする。(v_e を地球重力からの脱出速度という。)

(3) $v_0 = v_e$ の場合に z を t の関数として求めよ。

(4) (3) で求めた z を t についての Taylor 展開の 3 次の項まで求め、その物理的意味を述べよ。

3. 摩擦のある台の上に、半径 a 、質量 M の一様な円板を置き、静止した円板の中心から高さ h の点を水平方向に玉突きキューで突き、瞬間的に力積 $F\Delta t$ を加える。

(1) 円板の中心軸のまわりの慣性モーメント I が $I = \frac{1}{2}Ma^2$ で与えられることを示せ。

(2) 力積を加えた直後の円板の速度 v_0 と角速度 ω_0 を求めよ。

(3) 力積を加えた直後、円板が滑らずに動き出すためには、どの高さ h を突けばよいか? また、これより高い所を突いたとき、低い所を突いたときの円板の運動について定性的に述べよ。