**熱力学 試験問題**　　2009年9月　清水 明

解答用紙：**両面3枚（1冊）**，計算用紙：**1枚**，解答時間：**90分**，持ち込み不可

---

計算問題は，**計算の仕方や考え方も**簡単に記すこと（答えだけでは0点です）。

---

1. 均一な平衡状態を考える。「示量変数」とは何かを説明し、熱力学に登場する物理量で、示量変数であるものと、そうでないものの例を、それぞれひとつずつあげよ。

2. 単原子理想気体の基本関係式は、$U$ の原点を分子の運動エネルギーの原点に選んだときに

$$S = \frac{N}{N_0}S_0 + RN\ln\left[\left(\frac{U}{U_0}\right)^{3/2}\left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{N_0}{N}\right)^{5/2}\right]. \qquad (1)$$

である。ここで $S_0$ は，$U, V, N$ が適当に選んだ値 $U_0, V_0, N_0$ である時のエントロピーの値 $S(U_0, V_0, N_0)$ であり、$R$ は気体定数である．

   (a) 単原子理想気体は、ネルンスト-プランクの仮説（熱力学第三法則）を満たさないことを示せ。

   (b) それは何を意味しているか（実際の気体ではどうなるか）を述べよ。

3. 熱と仕事の関係について、以下の問いに答えよ。

   (a) 講義で、「エネルギーを蓄えるときは、直接仕事として使える形で蓄えておくのがよい」と述べた。その理由を簡単に述べよ。

   (b) 冷蔵庫やエアコンのように、外部系から仕事をすることにより、低温側から高温側に向かって熱を移動させることができる。そのやり方をひとつ書け。行う操作の順番などが明確に分かるように（ステップ1，ステップ2，…と分けるなどして）記せ。やり方が分かれば良いので、具体的な計算は不要である。

4. 以下の問いに答えよ。ただし，ln は自然対数，$\epsilon, \gamma, K$ は正定数である。

   (a) 基本関係式が次式で与えられる系のヘルムホルツの自由エネルギー $F(T,V)$ を求めよ．

$$S(U,V) = \left(\frac{U}{\epsilon} + \frac{V}{\gamma}\right)\ln\left(\frac{U}{\epsilon} + \frac{V}{\gamma}\right) - \frac{U}{\epsilon}\ln\frac{U}{\epsilon} - \frac{V}{\gamma}\ln\frac{V}{\gamma} \quad (U > 0,\ V > 0). \qquad (2)$$

   (b) 基本関係式が次式で与えられる系のヘルムホルツの自由エネルギー $F(T,V,N)$ を求めよ．

$$S(U,V,N) = K(UVN)^{1/3} \quad (U > 0,\ V > 0,\ N > 0). \qquad (3)$$

   (c) 透熱・断物の堅い材料でできた容器が，透熱・断物の薄い可動壁で部分系1,2に仕切られており，1の方には基本関係式が(2)であるような物質を入れ，2の方には基本関係式が(3)であるような物質を入れた．この複合系1+2を，温度 $T$ の熱浴につけて十分長い時間放っておいたら，平衡状態に達した．このときの2の体積はいくらか？

5. ある単純系の基本関係式が

$$S = S(U,V) \tag{4}$$

だとする．$S$ が相加的であることと、$S(U,V)$ が 1 次同次関数であることを利用して、$S(U,V)$ が上に凸な関数であることを示せ。ヒント：適当な $(U,V)$ の値を持つような、２つの単純系の複合系を考えるとよい．なお、多変数関数 $f(\vec{x})$ が次の条件を満たすとき，上に凸な関数と言う：任意の２点 $\vec{a}$, $\vec{b}$ と，$0 < \lambda < 1$ の範囲の任意の実数 $\lambda$ について，

$$f(\lambda\vec{a} + (1-\lambda)\vec{b}) \geq \lambda f(\vec{a}) + (1-\lambda) f(\vec{b}). \tag{5}$$

6. 講義・教科書・試験について，良い点・悪い点を述べよ．**３行以上あれば**内容の如何にかかわらず，**一律に多少の点を与える**ので，自由に思った通りに書くこと．